Energieaufnahme geeigneten Weise mit der Umgebung verbunden ist. Im ersteren Fall bezeichnen wir den Zweipol als eine *elektrische Batterie.* Diese wird immer nach einer gewissen Nutzungsdauer unbrauchbar, sie ist dann nicht mehr in der Lage, elektrische Leistung abzugeben. Sie kann aber eventuell wieder aufgeladen werden. Im zweiten Fall handelt es sich z.B. um ein an ein weiteres elektrisches Versorgungsnetz angeschlossenes *Spannungs-* oder *Stromversorgungsgerät.*

Im Fall periodischer elektrischer Signale bezeichnen wir einen Zweipol als aktiv, wenn er zwischen Strom und Spannung eine Phasenverschiebung von π erzeugt. Auch in diesem Fall ist die von dem Zweipol aufgenommene elektrische Leistung, die wir über die Gl. 14.12 berechnen, negativ! Ein derartiges Verhalten lässt sich z.B. mit einem Bauelement erreichen, das die in der Abb. 6 dargestellte Kennlinie hat, in dem rot gezeichneten Kurventeil also einen negativen differenziellen Widerstand besitzt.Verwendet man dieses Bauelement mit einer Gleichstromeinstellung, die das

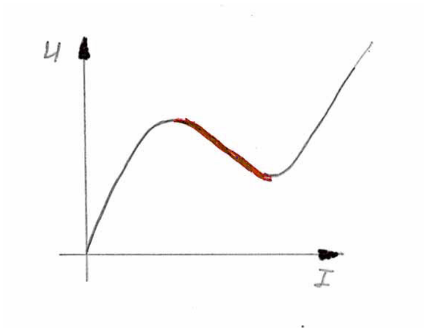

Abb. 6 Kennlinie $U = U(I)$ eines Zweipols mit teilweise negativem differenziellen Widerstand

Element stabil in einem Punkt innerhalb des blauen Teils der Kennlinie hält, so ist deren für das Kleinsignalverhalten wirksamer Widerstand negativ reell! Die in einer derartigen Schaltung durch das Element in den Wechselsignalstromkreis eingebrachte elektrische Leistung bezieht das Element aus dem Teil der Schaltung, der für die Gleichstromeinstellung verantwortlich ist.

14.1.3 Elektronische Vierpole (*)

Als nächstes werden wir uns mit Schaltungen auseinandersetzen, die 4 Anschlüsse besitzen, s. Abb. 7. Ein solcher *Vierpol* tritt mit seiner elektronischen Umgebung über die 4 Ströme I_1 bis I_4 sowie über die 4 elektrischen Potenziale dieser Anschlüsse in Verbindung. Diese 4 Potenziale definieren 3 Spannungen, z.B. die Größen $U_{1,2}$, $U_{3,4}$ und $U_{2,4}$. Sofern der Vierpol keine Stromquelle enthält, gilt auch für ihn die Gl. 14.2, also jetzt

$$\sum_{i=1}^{4} I_i = 0 \qquad (14.19)$$

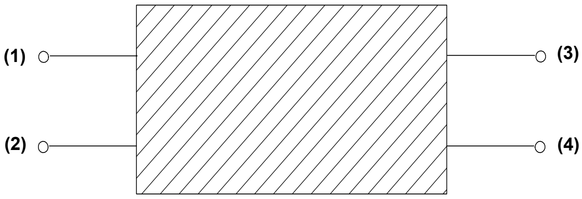

Abb. 7 Elektronischer Vierpol

Im allgemeinsten Fall ist daher der Zustand eines Vierpols durch die Angabe von 3 Spannungswerten und von 3 Stromwerten festgelegt.

Wir wollen uns nun mit Vierpolen befassen, bei denen 2 Anschlüsse als Eingang fungieren, d.h. die mit diesen Anschlüssen verknüpften Strom- und Spannungswerte werden von außen vorgegeben, während die verbleibenden 2 Anschlüsse als Ausgang wirken. D.h. mit Festlegung der Eingangswerte sind die mit den Ausgangsanschlüssen verknüpften Strom- und Spannungswerte nicht mehr vorgebbar, sondern durch das Verhalten des Vierpols bereits weitgehend festgelegt. Der noch verbleibende Freiheitsgrad wird durch die Art der elektrischen Verbindung zwischen den beiden Ausgangsanschlüssen (durch deren Abschluss) ausgeschöpft. Wir bezeichnen die Eingangsanschlüsse mit der Kennung (1) und (2) und entsprechend die Ausgänge mit (3) und (4). Als weitere Vereinfachung setzen wir voraus, daß entweder der Eingang oder der Ausgang (oder beide) durch einen Zweipol abgeschlossen ist (sind) und darüber hinaus keinerlei elektronisch relevante Verbindung mit der Außenwelt hat. Ist z.B. der Eingang durch einen Zweipol abgeschlossen, dann gilt

$$I_1 = -I_2 = I_e \tag{14.20}$$

und damit wegen Gl. 14.19 auch

$$I_3 = -I_4 = I_a \tag{14.21}$$

Aus Gründen, die uns sehr bald einleuchten werden, treffen wir für die Ströme folgende Vorzeichenkonvention: I_1 zählen wir positiv, wenn der Strom in den Anschluß (1) hineinfließt, und I_3 zählen wir positiv, wenn er aus dem Anschluß (3) herausfließt. Schließlich setzen wir auch noch voraus, daß die Spannung $U_{2,4}$ auf das Verhalten des Vierpols keinen Einfluß hat. Diese Irrelevanzbedingung für $U_{2,4}$ ist trivialerweise erfüllt, wenn die beiden Anschlüsse (2) und (4) im Inneren des Vierpols miteinander elektrisch verbunden sind. Es gibt aber auch andere Konfigurationen des Inneren eines Vierpols, die ebenfalls diese Bedingung erfüllen. Aus mancherlei Gründen, die wir erst Zug um Zug im Laufe dieses Heftes 14 einsehen werden, ist es nämlich günstig, in einer elektronischen Schaltung jede elektrische Spannung, die als Informationsträger fungiert, in ihrem Absolutpotenzial nicht beliebig variierbar zu belassen. Statt dessen stellt man für sie wohl definierte Verhältnisse her, indem z.B. einer der beiden Anschlüsse auf ein wohl definiertes konstantes Potenzial gelegt wird. Dieser

Anschluß wird dann im Laborjargon als das *kalte Ende* dieses Signals bezeichnet. Gilt dieses Konzept sowohl für die Ausgangs- wie für die Eingangsspannung, dann ist natürlich die Spannung zwischen diesen beiden kalten Enden ohne Bedeutung für die Funktion der Schaltung. Eine weitere durchaus übliche Arbeitsweise besteht darin, den Mittelwert der beiden Potenziale U_1 und U_2 auf eine konstantes Potenzial (z.B. auf Erdpotenzial) zu legen. Bei dieser Arbeitsweise sind die beiden Anschlüsse (1) und (2) bzgl. dieser Referenzierung gleichwertig. Man spricht daher von einem *symmetrischen Ein- bzw. Ausgang.* Dieser hat bzgl. der Störsignalunterdrückung große Vorteile, s. Abschnitt 14.7.2.

Unter diesen nun zusammengetragenen Bedingungen werden sowohl der Eingang als auch der Ausgang des Vierpols durch genau 2 Werte festgelegt, d.h. es gilt

$$\begin{aligned} U_{1,2} &= U_e \;\; ; \;\; U_{3,4} = U_a \\ U_a &= U_a(U_e, I_e) \qquad (14.22) \\ I_a &= I_a(U_e, I_e) \qquad (14.23) \end{aligned}$$

Lineare Vierpole / Matrix-Kalkül (-)

Sofern der Zusammenhang zwischen den Eingangs- und den Ausgangsgrößen linear ist, lauten die Gl. 14.22 und 14.23 zusammengenommen in der aus dem Abschnitt 7.4.2 bekannten Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} U_e \\ I_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} U_a \\ I_a \end{pmatrix} \qquad (14.24)$$

und der Vierpol ist durch Angabe dieser 4 Kennwerte A_{ik} vollständig beschrieben. Bei der Verwendung dieser Schreibweise hat es sich eingebürgert, formal die Eingangsgrößen U_e und I_e als die abhängigen Variablen zu behandeln und die Ausgangsgrößen als die unabhängigen. Wegen der Eineindeutigkeit jeder linearen Funktion ist dies letztlich unerheblich. Der Vorteil dieser Konvention besteht u.a. darin, dass dann die Kennwerte A_{ik} passiver Vierpole alle positiv sind. In dieser Definition haben die Matrixelemente A_{ik} unterschiedliche Dimensionen: A_{11} und A_{22} sind dimensionslos, A_{12} hat die Dimension einer Impedanz (z.B. die Einheit Ohm) und A_{21} die eines Leitwertes (z.B. Ohm^{-1}). Zur Unterscheidung gegenüber anders strukturierten Formulierungen für den linearen Zusammenhang zwischen den Größen (U_e, I_e, U_a, I_a) hat die durch die Gl. 14.24 definierte Matrix den Namen *Kettenmatrix* erhalten, weil sie nämlich bei der unten erläuterten Kettenschaltung von Vierpolen von besonderem Nutzen ist. Der Vollständigkeit halber sei bereits an dieser Stelle angemerkt, dass sich dieser lineare Zusammenhang zwischen den Eingangs- und den Ausgangsgrößen auch in anderer Form darstellen lässt, z.B. derart dass die sich ergebende Matrix aus lauter Elementen von der Dimension eines Widerstandes besteht. Grundsätzlich sind diese verschiedenen Darstellungen einander gleichwertig. Die jeweiligen Matrizen lassen sich nach einem festen Formalismus in einander umrechnen. Je nach aktueller Fragestellung hat jedoch oft eine bestimmte Darstellung einen rechentechnischen Vorteil.

Die Kettenmatrixelemente A_{ik} eines real existierenden Vierpols lassen sich auf einfache Weise durch geeignet konzipierte Messungen bestimmen. Lassen wir bei einer Messung den Ausgang offen, dann gilt offenbar

$$I_a = 0 \Rightarrow U_e = A_{11} \cdot U_a \; ; \; I_e = A_{21} \cdot U_a \Rightarrow \tag{14.25}$$

$$\left(\frac{U_e}{I_e}\right)_{I_a=0} = Z(I_a = 0) = \frac{A_{11}}{A_{21}} \tag{14.26}$$

$$\left(\frac{U_e}{U_a}\right)_{I_a=0} = (\Gamma(I_a = 0))^{-1} = A_{11} \tag{14.27}$$

Schließen wir dagegen den Ausgang kurz, dann gilt

$$U_a = 0 \Rightarrow U_e = A_{12} \cdot I_a \; ; \; I_e = A_{22} \cdot I_a \Rightarrow \tag{14.28}$$

$$\left(\frac{U_e}{I_e}\right)_{U_a=0} = Z_e(U_a = 0) = \frac{A_{12}}{A_{22}} \tag{14.29}$$

$$\left(\frac{I_e}{I_a}\right)_{U_a=0} = (\gamma(U_a = 0))^{-1} = A_{22} \tag{14.30}$$

Z_e ist die Eingangs-Impedanz des Vierpols. Die durch die Gl. 14.27 definierte Größe Γ wollen wir als die (relative) *Spannungsübertragung* des Vierpols bezeichnen und analog dazu die durch die Gl. 14.30 definierte Größe γ als dessen (relative) *Stromübertragung*. Die Messung der Spannungs- bzw. Stromübertragung sowie der Eingangs-Impedanz bei offenem und bei kurzgeschlossenem Ausgang lässt sich i.a. problemlos durchführen.

Schließen wir nun 2 derartige Vierpole **A** und **B** in Form einer Kette hinter einander (s. Abb. 8), so wirken - auf Grund der zu Beginn dieses Abschnitts

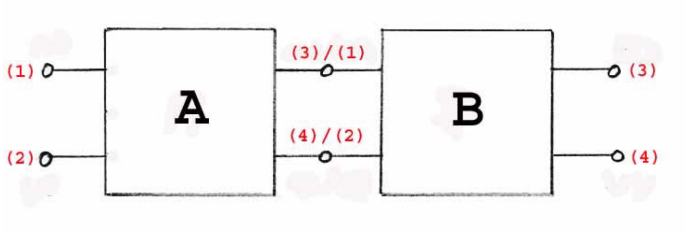

Abb. 8 Hintereinanderschaltung zweier Vierpole A und B

getroffenen Vorzeichenkonvention auch vorzeichenrichtig - die Ausgangsgrößen des 1. Vierpols als Eingangsgrößen für den nachfolgenden. Wie man leicht nachrechnen kann, ergeben sich die Kennwerte C_{ik} des durch diese Kettenschaltung entstandenen

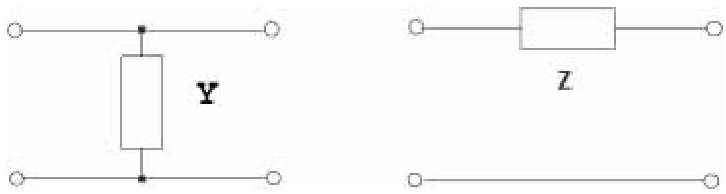

Abb. 9 Schaltskizze der 2 einfachsten Vierpole

neuen Vierpols **C** nach den Rechenregeln der Multiplikation quadratischer Matrizen, s. wieder Abschnitt 7.4.2,

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \circ \mathbf{B} \tag{14.31}$$

$$C_{ik} = \sum_{l=1}^{N} A_{il} \cdot B_{lk} \tag{14.32}$$

hier also

$$\begin{aligned} C_{11} &= A_{11} \cdot B_{11} + A_{12} \cdot B_{21} \\ C_{12} &= A_{11} \cdot B_{12} + A_{12} \cdot B_{22} \\ C_{21} &= A_{21} \cdot B_{11} + A_{22} \cdot B_{21} \\ C_{22} &= A_{21} \cdot B_{12} + A_{22} \cdot B_{22} \end{aligned} \tag{14.33}$$

Mit Hilfe des Matrizenkalküls läßt sich also jeder Vierpol, der durch Kettenschaltung gewisser Bestandteile entsteht, auf einfache Weise berechnen, sobald nur die Matrizen dieser Bestandteile bekannt sind. Wir werden dies in den nachfolgend behandelten Beispielen näher kennenlernen. Hierzu berechnen wir die Matrix der beiden einfachsten, in Abb. 9 wiedergegebenen Vierpole.Wie man leicht nachrechnen kann, gehört zu dem 1. Vierpol, dem parallel zu den Ein- und Ausgängen liegenden Leitwert Y, die Matrix

$$\mathbf{A}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix} \tag{14.34}$$

und zu dem 2. Vierpol, der zwischen Eingang und Ausgang liegenden Impedanz Z, die Matrix

$$\mathbf{A}^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{14.35}$$

An dieser Stelle sei nochmals daran erinnert, dass die Größen Y und Z i.a. komplexwertig sind. Wie man unmittelbar nachrechnen kann, gilt für die Determinante dieser beiden Matrizen

$$\det(\mathbf{A}^{(1)}) = \det(\mathbf{A}^{(2)}) = 1 \tag{14.36}$$

Wegen des uns aus dem Abschnitt 7.4.3 bekannten Determinantensatzes gilt dann aber diese Gl. auch für jeden Vierpol, der sich durch Kettenschaltung von endlich (oder auch abzählbar unendlich) vielen Vierpolen der Struktur nach Abb. 9 zusammensetzen lässt. D.h. insbesondere, dass jeder derartige Vierpol nicht mehr 4 unabhängige Parameter besitzt, sondern nur 3. Denn die 4 Parameter A_{ik} sind ja über die Gl. 14.36 mit einander verknüpft. Es genügt also z.B., die beiden Diagonal-Elemente A_{11} und A_{22} (z.B. über entsprechende Messungen) zu kennen sowie eines der beiden Elemente A_{12} oder A_{21}. Daraus kann dann das fehlende Element errechnet werden, z.B. gem.

$$A_{12} = \frac{A_{11} \cdot A_{22} - 1}{A_{21}} \tag{14.37}$$

Zur Einübung in diesen Formalismus berechnen wir die Vierpolmatrizen eines sog. T-Gliedes und eines sog. π-Gliedes (Abb. 10).

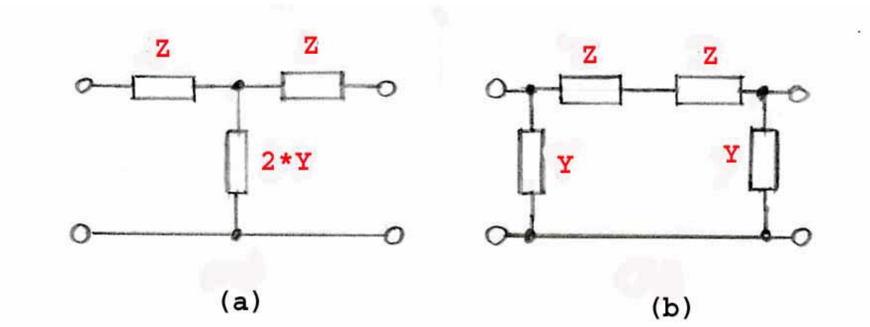

Abb. 10 Vierpol in (a) T-Schaltung bzw. (b) π-Schaltung

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(T)} &= \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 \cdot Y & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + 2 \cdot Y \cdot Z & 2 \cdot Z \cdot (1 + Y \cdot Z) \\ 2 \cdot Y & 1 + 2 \cdot Y \cdot Z \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{14.38}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(\pi)} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 \cdot Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + 2 \cdot Y \cdot Z & 2 \cdot Z \\ 2 \cdot Y \cdot (1 + Y \cdot Z) & 1 + 2 \cdot Y \cdot Z \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{14.39}$$

Diese Beziehungen werden wir im Abschnitt 14.3.2 benötigen und dort auch eingehend diskutieren.

Zum Abschnuss dieses Absatzes sei explizit darauf hingewiesen, dass die in der Abb. 8 skizzierte Kettenschaltung keinesfalls die einzig mögliche oder auch nur sinnvolle Verknüpfung zweiter Vierpole ist. Vielmehr werden in elektronischen Schaltungen oft Baugruppen aus passiven Bauelementen verwendet, die sich nicht ausschließlich als Kettenschaltungen aus den in der Abb. 9 wiedergegebenen Basiselementen darstellen lassen. Hierauf werde ich an anderer Stelle schlagwortartig eingehen.

Zur Unterscheidung der dabei auftretenden neuartigen Verknüpfungen von Vierpolen von der bisher verwendeten sollte die Verknüpfung (wie geschehen) unbedingt als *Kettenschaltung* (und nicht etwa als Hintereinander- oder Serienschaltung) bezeichnet werden.

Längssymmetrische Vierpole (-)

Wir wollen nun das Verhalten von Vierpolen diskutieren, deren Verhalten sich nicht verändert, wenn man die Eingangs- mit den Ausgangsklemmen vertauscht, die also *längssymmetrisch* sind. Anstatt die jeweiligen Klemmen zu vertauschen, können wir auch die an ihnen auftretenden Spannungen und Ströme uminterpretieren und die bisherigen Eingangsgrößen (U_e, I_e) als Ausgangsgrößen auffassen und umgekehrt. Wegen der getroffenen Vorzeichenkonvention müssen dann gleichzeitig die Vorzeichen der Ströme herumgedreht werden. Ist der Vierpol längssymmetrisch, muss daher gelten

$$\begin{pmatrix} U_a \\ -I_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} U_e \\ -I_e \end{pmatrix} \tag{14.40}$$

Unter Verwendung der Matrix

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{14.41}$$

wird die Gl. 14.40 zu

$$\mathbf{V} \circ \begin{pmatrix} U_a \\ I_a \end{pmatrix} = \mathbf{A} \circ \mathbf{V} \circ \begin{pmatrix} U_e \\ I_e \end{pmatrix} \tag{14.42}$$

Hierin können wir aber erneut die Ausgangs-Gl. 14.24 einsetzen und erhalten als Bedingung dafür, dass ein Vierpol längssymmetrisch ist, die Beziehung

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \circ \mathbf{V} \circ \mathbf{A} \tag{14.43}$$

Multiplizieren wir diese Matrixgleichung aus und vergleichen die beiden Ergebnis-Matrizen elementweise, so folgen daraus die Bedingungen

$$A_{11} = A_{22} \tag{14.44}$$

$$\det \mathbf{A} = 1 \tag{14.45}$$

Längssymmetrische Vierpole haben also nur noch 2 unabhängige Kennwerte. Aus Gründen, die wir erst nachträglich einsehen werden, verwenden wir hierfür die beiden Ausdrücke

$$Z_0 = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} \tag{14.46}$$

$$\Gamma_0 = \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} \tag{14.47}$$

In diesen Ausdrücken treten die Größen A_{11} und A_{22} nicht mehr explizit auf, sie haben ihre Relevanz jedoch keineswegs verloren, da sie ja über die Gl. 14.44 und 14.45 implizit mit den Größen Z_0 und Γ_0 verknüpft sind. Z_0 hat offensichtlich die Dimension eines Widerstandes, und Γ_0 ist dimensionslos. Unter Verwendung dieser Größen erhält die Kettenmatrix eines längssymmetrischen Vierpols die Struktur

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sqrt{1+\Gamma_0^2} & Z_0 \cdot \Gamma_0 \\ \frac{\Gamma_0}{Z_0} & \sqrt{1+\Gamma_0^2} \end{pmatrix} \tag{14.48}$$

Um einen ersten Hinweis auf die Bedeutung von Z_0 zu erhalten, berechnen wir den Eingangswiderstand eines längssymmetrischen Vierpols, der mit dem ihm zugeordneten Widerstand Z_0 abgeschlossen ist. Dies gelingt z.B. durch Betrachtung der Kettenschaltung nach Abb. 11 und Berechnung des Eingangswiderstands dieser Schal-

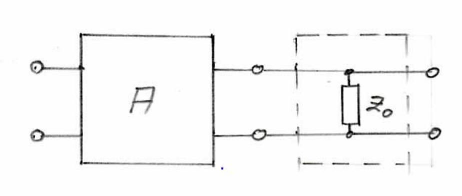

Abb. 11 Zur Bedeutung der Grösse Z_0

tung bei offenem Ausgang:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{A} \circ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z_0^{-1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_0 + \sqrt{1+\Gamma_0^2} & Z_0 \cdot \Gamma_0 \\ Z_0^{-1} \cdot \left(\Gamma_0 + \sqrt{1+\Gamma_0^2}\right) & \sqrt{1+\Gamma_0^2} \end{pmatrix} \\ Z^{(C)}(I_a &= 0) = \frac{C_{11}}{C_{21}} = \frac{\Gamma_0 + \sqrt{1+\Gamma_0^2}}{Z_0^{-1} \cdot \left(\Gamma_0 + \sqrt{1+\Gamma_0^2}\right)} = Z_0 \end{aligned} \tag{14.49}$$

Der Widerstand Z_0 eines längssymmetrischen Vierpols ist also genau derjenige Wert, bei dem Abschlusswiderstand und Eingangswiderstand identisch sind. Daher spielt er, wie wir sogleich sehen werden, insbesondere dann eine entscheidende Rolle, wenn aus diesem Vierpol eine Kette aus endlich (oder auch unendlich) vielen identischen Bausteinen aufgebaut wird. Wir berechnen nun noch das Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsspannung unter diesen Bedingungen:

$$\frac{U_e}{U_a} = C_{11} = \Gamma_0 + \sqrt{1+\Gamma_0^2} \tag{14.50}$$

Wir werden nun die Matrix einer Kette aus endlich vielen derartigen Bausteinen bestimmen. Hierzu berechnen wir in einem 1. Schritt die Kettenmatrix eines aus 2 identischen längssymmetrischen Vierpolen aufgebauten Vierpols:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} \sqrt{1+\Gamma_0^2} & Z_0 \cdot \Gamma_0 \\ \frac{\Gamma_0}{Z_0} & \sqrt{1+\Gamma_0^2} \end{pmatrix}^2 \\ &= \begin{pmatrix} 1+2\cdot\Gamma_0^2 & 2\cdot Z_0\cdot\Gamma_0\cdot\sqrt{1+\Gamma_0^2} \\ 2\cdot\frac{\Gamma_0}{Z_0}\cdot\sqrt{1+\Gamma_0^2} & 1+2\cdot\Gamma_0^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{14.51}$$

Die bei dieser Kettenschaltung entstehende Systematik erkennen wir leichter, wenn wir folgende Variablensubstitution vornehmen:

$$\Gamma_0 = \sinh g \tag{14.52}$$

Da $\sinh g$ eine monotone Funktion ist, können durch diese Transformation keinerlei mathematische Schwierigkeiten entstehen. Dann aber lauten die Matrizen **A** und **C** (s. Abschnitt 3.1.1)

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cosh g & Z_0\cdot\sinh g \\ \frac{1}{Z_0}\cdot\sinh g & \cosh g \end{pmatrix} \tag{14.53}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} \cosh^2 g+\sinh^2 g & 2\cdot Z_0\cdot\sinh g\cdot\cosh g \\ \frac{2}{Z_0}\cdot\sinh g\cdot\cosh g & \cosh^2 g+\sinh^2 g \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cosh 2\cdot g & Z_0\cdot\sinh 2\cdot g \\ \frac{1}{Z_0}\cdot\sinh 2\cdot g & \cosh 2\cdot g \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{14.54}$$

D.h. die Kettenschaltung hat die Größe Z_0 unverändert gelassen und die Größe g verdoppelt. Daher vermuten wir nun, dass folgender Satz gilt:

Theorem 132 *Durch Kettenschaltung von n identischen längssymmetrischen Vierpolen mit den Kenndaten Z_0 und g ergibt sich ein ebenfalls längssymmetrischer Vierpol mit den Kenndaten Z_0 und $n\cdot g$.*

Der Beweis dieses Satzes gelingt durch vollständige Induktion. Den Beweisschritt für $n=2$ haben wir bereits oben ausgeführt, der Beweisschritt von n nach $n+1$ gelingt durch einfaches Nachrechnen. Aus Gründen, die wir bald einsehen werden, hat die Größe Z_0 die Bezeichnung *Wellenwiderstand* erhalten und g die Bezeichnung *Forpflanzungskonstante.*

(XXX: Der weitere Text des Absatzes *Längssymmetrische Vierpole* ist noch nicht verfügbar.)

Aktive elektronische Vierpole (-/-)

(XXX: Der Text des Absatzes *Aktive elektronische Vierpole* ist noch nicht verfügbar.)

Dreipole (-/-)

(XXX: Der Text des Absatzes *Dreipole* ist noch nicht verfügbar.)

14.2 Technische Bauteile (-)

Dieses Kapitel stellt die wichtigsten technische Bauteile vor, die beim Aufbau elektronischer Baugruppen und Geräte üblicherweise zum Einsatz gelangen. Dabei geht es mir weniger um eine möglichst aktuelle Beschreibung des jeweiligen Stands der technischen Entwicklung. Diese sollte der Leser besser aus den Informationsschriften der Bauteile-Hersteller entnehmen. Ähnlich wie an verwandten Stellen in diesem Buch (s. z.B. Kapitel 11.6) möchte ich einen Überblick geben über die verschiedenen physikalischen Funktionsprinzipien, mit denen die jeweiligs gewollte Funktion realisiert worden ist, und darlegen, welche typischen Eigenschaften und Spezifikationen sich daraus ergeben.

14.2.1 Widerstände (*)

Elektronische Bauelemente, die einen Zweipol mit in guter Näherung reeller Impedanz bilden, werden als (ohmsche) *Widerstände* bezeichnet. Sie bilden das bei weitem am häufigsten eingesetzte Bauelement der Elektronik und dienen z.B. als Spannungsteiler, Strom/Spannungswandler oder umgekehrt als Spannungs/Stromwandler. Die einfachste technische Realisierung eines Widerstandes ist der *Drahtwiderstand*. Er besteht aus einem Draht, der auf einen nichtleitenden z.B. keramischen Träger aufgewickelt ist. Der Widerstandswert errechnet sich gemäß

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \tag{14.55}$$

ρ : als *spezifischer Widerstand* bezeichnete Materialkonstante

l : Länge des Drahtes

A : Querschnittsfläche des Drahtes

s. Abschnitt 8.2.5. Häufig verwendete Materialien sind Kupfer und *Konstantan*® (ein Markenname der ThyssenKrupp GmbH), eine Legierung aus $55 \cdot \%$ Kupfer und $45 \cdot \%$ Nickel mit einem gegenüber den meisten Metallen um mehr als den Faktor 100 niedrigeren Temperaturkoeffizienten des spezifischen Widerstandes. Wie man auf Basis des Zahlenwertes für den spezifischen Widerstand von Kupfer (s. Kapitel 14.12) leicht nachrechnen kann, lassen sich Drahtwiderstände nur mit verhältnismäßig kleinen Widerstandswerten realisieren. Z.B. beträgt der Widerstand von $10 \cdot m$ Kupferdraht von $0,5 \cdot mm$ Durchmesser $0,907 \cdot \Omega$. Und sobald man allzu lange Drähte in vielen Lagen aufeinander wickelt, ergibt sich bereits eine signifikante Induktivität des Bauelementes, s. Abschnitt 14.2.2, und das Ergebnis ist eher eine Induktivität als ein ohmscher Widerstand. Bei Verwendung des Materials Konstantan ergibt sich unter denselben Zahlenwerten wie oben angeführt ein Widerstand von $25,5 \cdot \Omega$. Drahtwiderstände sind daher in ihrer Anwendung auf sehr niedrige Widerstandswerte in der Nähe von $1 \cdot \Omega$ beschränkt, sind allerdings bis zu Leistungen von $10 \cdot Watt$ und mehr verfügbar.

Ein Realisierungskonzept mit wesentlich größerer Breite in den erreichbaren Kennwerten ist der *Schichtwiderstand*: Auf einen nichtleitenden z.B. keramischen