

- Die Saiten einer Gitarre werden *angezupft* oder *angeschlagen*, ursprünglich direkt mit den Fingern des Spielers. Im Bereich der Unterhaltungsmusik, insbesondere der Rock-Musik hat es sich durchgesetzt, hierfür ein dünnes Plättchen aus Horn oder einem verwandten harten Material zu verwenden, das mit den Fingern geführt wird. Auch die Harfe und das Cembalo werden angezupft, letzteres allerdings anstelle der Finger mit einer mechanischen Vorrichtung, die durch das Drücken einer Taste des Manuals ausgelöst wird. Durch den nur sehr kurzzeitigen Anregungsmechanismus dominiert bei diesen Instrumenten die Klangwirkung der ausklingenden Saiten, während die Feinheiten der Anregung nur eine leichte Modifikation dieses Klangs bewirken.
- Die Saiten eines Klavieres werden mit einer mechanischen Vorrichtung, einem kleinen filzbeschichteten Holzhammer *angeschlagen*, der, ganz ähnlich wie beim Cembalo, von der zugehörigen Taste des Manuals ausgelöst wird. Der Vorgang dauert knapp $20 \cdot ms$, also etwas länger als das manuelle Anzupfen einer Gitarren-Saite. Insbesondere aber ist er wesentlich präziser und reproduzierbarer in der Ausführung. Dennoch lässt sich über die Art der Tastenbetätigung, über den *Anschlag*, das Anschlagverhalten des erzeugten Tones, aber auch das Frequenzspektrum der ausschwingenden Saite signifikant beeinflussen. Jeder Saite ist ein *Dämpfer* zugeordnet, der sich nach dem Loslassen der Taste auf die Saite legt und so den Ton sehr schnell abklingen lässt.

Bei allen Saiten-Instrumenten ist der bis heute ausschließlich aus Holz gefertigte Resonanzkörper von entscheidender Bedeutung für die jeweils erreichte Qualität eines einzelnen Instrumenten-Exemplars. Erst durch seine an die übrigen Instrumenten-Bausteine angepasste, ausreichende Größe wird eine akzeptable Lautstärke erreicht. Insbesondere aber beeinflusst die Ausführung des Resonanzkörpers (Materialauswahl und Verarbeitung) die Feinheiten des Frequenzspektrums der mit dem Instrument gespielten Töne. Es ist z.B. unumstritten, dass eine neu gefertigte Geige erst *eingespielt* werden muss, bis sie eine akzeptable Qualität erreichen kann, und dass ihre Qualität im Normalfall mit zunehmender Nutzungsdauer stetig **zunimmt**. Eine wissenschaftlich fundierte Untersuchung, auf welchen Materialveränderungen diese positive Alterung oder *Reifung* beruht, ist mir allerdings nicht bekannt.

(XXX: Der weitere Text des Absatzes *Saiten-Instrumente* ist noch nicht verfügbar.)

3.6 Tipps, Tricks und Spezialitäten (-)

(XXX: Der Kopftext des Kapitels *Tipps, Tricks und Spezialitäten* ist noch nicht verfügbar.)

3.6.1 Umgang mit partiellen Ableitungen (*)

Bei der Verwendung partieller Ableitungen von Funktionen mehrerer Veränderlicher treten erfahrungsgemäß häufig Unsicherheiten bzgl. der korrekten Behandlung auf,

die ihre Ursache in der unterschiedlichen Behandlung des Funktionsbegriffs durch Mathematiker und Physiker haben. Für den Mathematiker ist eine Funktion eine Abbildung eines Raumes von Variablen in einen anderen; z.B. ist

$$E = f(x, y) \quad (3.851)$$

eine Abbildung des \mathfrak{R}^2 in den \mathfrak{R}^1 . Den Buchstaben f verwendet der Mathematiker nun für eine ganz bestimmte Funktion, z.B. für die Gleichung des Paraboloiden

$$E = (x^2 + y^2) \quad (3.852)$$

Wird nun eine Variablensubstitution durchgeführt, z.B. von kartesischen in ebene Polarkoordinaten

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \cos \varphi \\ y &= r \cdot \sin \varphi \end{aligned} \quad (3.853)$$

wodurch die Gleichung des Paraboloiden nun die Form

$$E = r^2 \quad (3.854)$$

erhält, so ist dies für den Mathematiker eine neue Funktion

$$E = g(r, \varphi) \quad (3.855)$$

D.h. in der Schreibweise f oder g ist bereits die Auswahl der Variablen enthalten, und daher gibt es keinen Grund, eine partielle Ableitung anders zu schreiben als z.B.

$$\frac{\partial f}{\partial x} \quad (3.856)$$

Der Physiker dagegen sieht die jeweilige physikalische Größe als das primäre an, dem er eine bestimmte Bezeichnung zuordnet. Wenn also die oben als E bezeichnete Größe z.B. die Energie des Systems ist, bezeichnet er sie immer mit E , unabhängig davon, ob er sie als Funktion der Größen x und y oder der Größen r und φ darstellt. Er schreibt also

$$E = E(x, y) = E(r, \varphi) \quad (3.857)$$

Daher muss man nun zur Spezifizierung der partiellen Ableitung immer sämtliche weiteren Variablen mit aufführen! Denn selbst beim Austausch von nur einer Variablen ändert sich ja i.a. der Wert der partiellen Ableitungen nach den übrigen Variablen,

$$\frac{\partial E(X_1; \dots; X_{i-1}; X_i; X_{i+1}; \dots; X_n)}{\partial X_k} \neq \frac{\partial E(X_1; \dots; X_{i-1}; \xi_i; X_{i+1}; \dots; X_n)}{\partial X_k} ; \quad i \neq k \quad (3.858)$$

Vielmehr gilt

$$\frac{\partial E(X_1; \dots; X_{i-1}; \xi_i; X_{i+1}; \dots; X_n)}{\partial X_k} = \frac{\partial E(X_1; \dots; X_{i-1}; X_i; X_{i+1}; \dots; X_n)}{\partial X_k} + \frac{\partial E(X_1; \dots; X_{i-1}; \xi_i; X_{i+1}; \dots; X_n)}{\partial \xi_i} \cdot \frac{\partial \xi_i(X_1; \dots; X_{i-1}; X_i; X_{i+1}; \dots; X_n)}{\partial X_k} \quad (3.859)$$

Diese Aussage ist ein wohlbekanntes Faktum der Analysis und Teil der mathematischen Grundausbildung eines jeden Studenten der Naturwissenschaften. Wir haben sie bereits im Absatz über die Differenziation von Funktionen mehrerer Variablen auf S. 156 behandelt. Dennoch findet man in so manchem Lehrbuch für eine ganze Reihe von Fragestellungen der allgemeinen Dynamik und Thermodynamik komplizierte Herleitungen unter Zuhilfenahme diverser Plausibilitätsargumente, obwohl das Ergebnis bereits ausschließlich durch korrekte Verwendung dieser Differenzierungsregeln erzielt werden kann, s. Aufgabe 5 aus Heft 8 und z.B. [26].

Ich empfehle daher dem Leser, bei seinen eigenen physikalischen Berechnungen partielle Ableitungen immer in der hier aufgeführten Form zu schreiben. Er wird sich so vor manchem Fehler bewahren.

3.6.2 Der Vektorbegriff in der Mathematik und in der Physik (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Der Vektorbegriff in der Mathematik und in der Physik* ist noch nicht verfügbar.)

3.6.3 Parameterdarstellung von Funktionen (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Parameterdarstellung von Funktionen* ist noch nicht verfügbar.)

3.6.4 Unser Planetensystem (-)

Die Physik der Entwicklung unseres Planetensystems ist ein bis heute noch weitgehend ungeklärtes, zumindest noch sehr widersprüchlich diskutiertes Fachgebiet, das Elemente der Gravitation, Thermodynamik, Quantenmechanik und Kosmologie in sich vereinigt. Einige Grundzüge der heute bekannten Fakten werden wir im Abschnitt 10.2.4 diskutieren. An dieser Stelle beschränke ich mich darauf, einige Besonderheiten zu diskutieren, die ausschließlich mit den Gegebenheiten der vorliegenden **Gravitations**-Wechselwirkungen zusammenhängen (müssen), deren Erklärung aber dennoch nicht unmittelbar einsichtig ist. Es besteht daher die Chance, aus einer sorgfältigen Analyse dieser Fakten Rückschlüsse ziehen zu können auf die Mechanismen, die zur Bildung unseres Planetensystems geführt haben. Auch in diesem Fall werden die Erhaltungssätze für Energie, Impuls und Drehimpuls eine wesentliche Hilfe sein.

Beobachtet man an einem realen physikalischen System einen mathematisch einfachen Zusammenhang zwischen gewissen physikalischen Größen, so ist der Physiker immer geneigt, dies nicht für einen Zufall zu halten, sondern vermutet dahinter

eine allgemein gültige physikalische Gesetzmäßigkeit. Als z.B. Bunsen und *Gustav Robert Kirchhoff* (* 1824 in Königsberg; † 1887 in Berlin) Anfang der 1860-er Jahre entdeckten, dass die elektromagnetische Strahlung, die von atomarem Wasserstoff und von atomar vorliegenden Alkali-Elementen emittiert wird, aus Linien zusammengesetzt ist, deren Frequenzen in sehr guter Näherung der Beziehung

$$f = R \cdot z^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) ; \quad n_2 > n_1 ; \quad n_1, n_2 \in \check{\mathbb{N}} \quad (3.860)$$

R : universelle Konstante

z : Ordnungszahl des Atoms

gehörten, sah man das als Beweis dafür an, dass diese Phänomene der Strahlungsemission durch eine physikalische Theorie bestimmt werden, die zu dem Zeitpunkt noch nicht bekannt war, und die dann später die Bezeichnung *Quantenmechanik* erhielt. Nun gehorchen aber eine Reihe von kinematischen Daten unseres Planetensystems ebenfalls relativ einfachen mathematischen Beziehungen, und es stellt sich die Frage, ob es sich hierbei um einen Zufall handelt oder ob sich diese Daten bei Verwendung der richtigen Hypothese über die Entstehung unseres Planetensystems durch Anwendung der bestehenden allgemeinen physikalischen Theorien, insbesondere der klassischen Gravitationstheorie und der klassischen Mechanik ohne weitere Zusatzannahmen ergeben.

Als erste dieser Beziehungen zwischen Kenndaten unseres Planetensystems nenne ich die bereits im 18. Jahrhundert von *Johann Daniel Titius* (eigtl. Tietz) (* 1729 in Konitz; † 1796 in Wittenberg) entdeckte Beziehung für die mittlere Entfernung a der Planeten von der Sonne, die insbesondere von dem Astronomen *Johann Elert Bode* (* 1747 in Hamburg; † 1826 in Berlin) bekanntgemacht wurde und heute als *Titius-Bodesche Reihe* bezeichnet wird:

$$a = (0,4 + 0,3 \cdot 2^n) \cdot AE \quad (3.861)$$

AE : mittlerer Radius der Erdbahn um die Sonne

n ist dabei die (geeignet gezählte) lfd. Nr. des jeweiligen Planeten. Um dem Leser eine Vorstellung von der Genauigkeit dieser Beziehung zu geben, sind in der nachfolgenden Tabelle die realen mittleren Abstände der Planeten von der Sonne den nach Gl. 3.861 berechneten Werten gegenübergestellt.

	n	a_{TB} /AE	a_{real} /AE
Merkur	$-\infty$	0,40	0,39
Venus	0	0,70	0,72
Erde	1	1	1
Mars	2	1,60	1,52
Jupiter	4	5,20	5,20
Saturn	5	10	9,54
Uranus	6	19,6	19,18
Neptun	7	38,8	30,05
Pluto	8	77,2	39,75

Realer und nach Titius-Bode berechneter mittlerer Abstand a der Planeten zur Sonne

Sobald wir also eine Nummerierung verwenden, wie sie in der Tabelle angegeben ist, erhalten wir bei den meisten Planeten eine erstaunlich gute Übereinstimmung der realen Bahnradien mit den über die Gl. 3.861 errechneten Werten. Voraussetzung ist, dass wir zwischen Mars und Jupiter einen Wert überspringen. Dies stützt die auch aus vielen anderen Fakten resultierende Vermutung, dass an dieser Stelle ursprünglich ein weiterer Planet existierte, der durch eine bisher nicht durch Fakten näher spezifizierte kosmische Katastrophe zerstört worden ist, und dessen Bruchstücke teilweise noch heute in der Nähe der ursprünglichen Bahn dieses Planeten anzutreffen sind und den sog. *Asteroidengürtels* bilden, s. 43. Dieser besteht aus insgesamt ca. $4 \cdot 10^5$ Objekte mit einer Masse von insgesamt ca. $3,7 \cdot 10^{21} \cdot kg$. Das entspricht etwa 5% der Masse des Erdmondes. Heute halten die Planetenforscher für wahrscheinlicher, dass sich dieser Planet gar nicht erst bilden konnte, weil die einzelnen Planetoiden immer wieder zu stark durch den benachbarten massereichen Planeten Jupiter in ihrer Bahn gestört werden.

Die schlechte Übereinstimmung der realen Planetenbahn mit der Gl. 3.861 im Falle der Planeten Neptun und Pluto könnte dann ein Hinweis darauf sein, dass diese eine andere Entstehungsgeschichte haben als der Rest des Planetensystems. Hierzu passt wiederum, dass diese Planeten sich auch noch in anderen Kenndaten deutlich von den übrigen unterscheiden. Für die Hypothese, dass die durch die Gl. 3.861 definierten Bahnen die für eine Planetenbewegung bevorzugten Bahnen darstellen, spricht auch die Existenz der sog. östlichen und westlichen *Trojaner*. Hierbei handelt es sich um Asteroiden, die sich nahezu exakt auf der Jupiterbahn bewegen, allerdings mit einer Phasenverschiebung von ziemlich genau $+60^\circ$ bzw. -60° bezogen auf den Jupiter, s. wieder Abb. 43.

Eine 2. Auffälligkeit unseres Planetensystems deutet sich an in dem Verkippungswinkel der Achse der Eigenrotation relativ zur Ausrichtung der Bahnebene eines Planeten. Dieser Winkel ist anscheinend nicht gleichmäßig verteilt, sondern konzen-

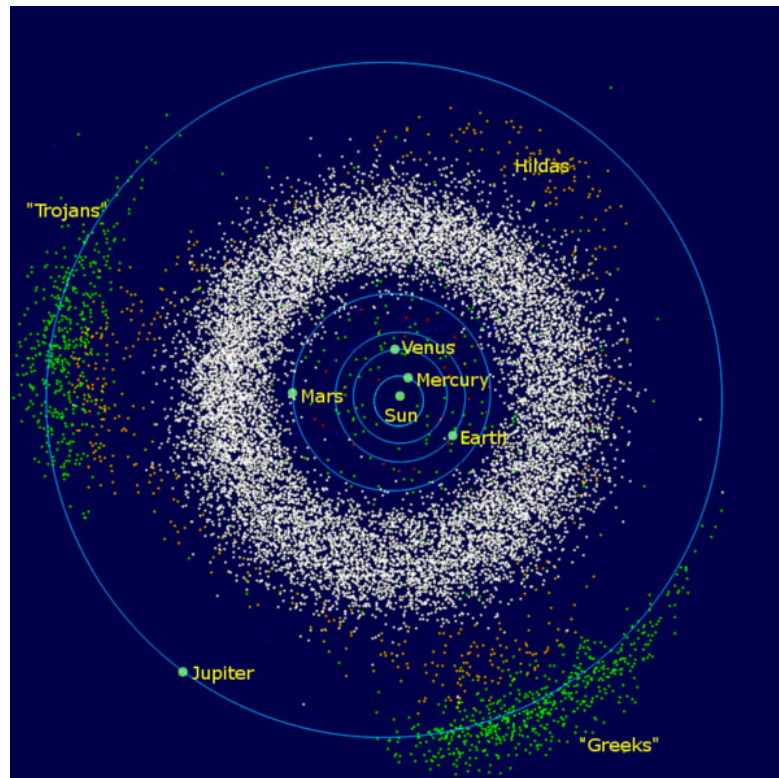


Abb. 43 Skizze der Positionen der Asteroiden relativ zu den Planeten unseres Planetensystems

(Quelle: InnerSolarSystem-en.png in der Version v; 01.09.2006; public domain des Zentralen Medienarchivs Wikimedia Commons)

triert sich um die 3 ausgezeichneten Werte 0° , 26° und 90° . Allerdings ist diese Aussage nicht sehr zuverlässig, schon wegen des bei einer Aufteilung von insgesamt 9 Werten auf 3 Gruppen vergleichsweise geringen Datenmaterials. Um die Phantasie des Lesers zusätzlich zu beflügeln, weise ich darauf hin, dass der für die 2. Gruppe beobachtete Kippwinkel die Bedingung $\tan 26^\circ \approx 0,5$ erfüllt.

Als 3. Auffälligkeit nenne ich das Faktum, dass bei der überwiegenden Anzahl der Monde unseres Planetensystems deren Umlaufbahn annähernd parallel zur Achse der Eigenrotation des jeweiligen Planeten verläuft und nicht etwa parallel zur Bahnebene dieses Planeten. Eine Ausnahme bildet an dieser Stelle der Erd-Mond, da seine Umlaufbahn nur $5,14^\circ$ gegen die Erdbahn verkippt ist, aber $18,3^\circ$ gegen die Rotationsachse der Erde .

Schließlich sei als 4. Auffälligkeit genannt, dass die Umlaufzeiten der Eigenrotation der Planeten alle von derselben Größenordnung sind. Sie liegen alle zwischen den Werten $0,414 \cdot d$ für den Jupiter und $1,026 \cdot d$ für den Mars, wenn man wieder den Pluto ($6,39 \cdot d$) außer Betracht lässt. Lediglich die sonnennahen Planeten Merkur ($58,65 \cdot d$) und Venus ($243,16 \cdot d$) rotieren wesentlich langsamer.

Für alle diese Besonderheiten gibt es bis heute nur sehr eingeschränkt eine schlüssige Deutung. Es ist jedoch wenig wahrscheinlich, dass sich hierin eine bisher nicht erkannte neue bzw. verbesserte Theorie der Mechanik und/oder der Gravitation offenbart. Vielmehr sollten sich diese Ergebnisse mit Hilfe der klassischen mechanischen Theorien zumindest grundsätzlich herleiten lassen, wenn nur die der Realität entsprechenden Annahmen verwendet werden, insbesondere über die Entstehung unseres Planetensystems. Diese Aufgabe ist jedoch alles andere als einfach, da ja bereits das sog. 3-Körper-Problem der klassischen Gravitation nicht mehr analytisch lösbar ist. Diese Fragestellung kann also nur mit Hilfe geeigneter Vereinfachungen oder/und durch Simulationsrechnungen angegangen werden. Hieran wird an verschiedenen Forschungs-Einrichtungen gearbeitet.

Ich werde im folgenden einige sehr einfache eigene Überlegungen zu diesem Fragenkomplex darlegen und zur Diskussion stellen und beginne dabei mit der Diskussion der Eigenrotation der Planeten.

(XXX: Der weitere, noch fehlende Text des Abschnitts *Unser Planetensystem* ist noch nicht verfügbar.)

3.6.5 Extensive Größen und deren Ströme in der Ökonomie (-)

(XXX: Der Kopftext zum Abschnitt *Extensive Größen und deren Ströme in der Ökonomie* ist noch nicht verfügbar.)

Die doppelte Buchführung (-)

Unter *kaufmännischer Buchführung* versteht man in der Welt des Handels und der industriellen Produktion die überprüfbare Aufzeichnung sämtlicher mit diesen Aktivitäten verbundenen **Ströme von Werten**, sei es in der Form von Geld oder Waren,

oder auch in irgend einer anderen Form, und die sich daraus ergebenden Veränderungen der Vermögenswerte. Die heute in der gesamten industriellen Welt (pikanterweise meist jedoch nicht in der staatlichen Verwaltung) einheitliche Art der sog. *doppelten Buchführung* geht zurück auf den italienischen Mathematiker und Franziskaner-Mönch *Luca Pacioli* (* ca. 1445 in Borgo San Sepoleco/Toscana; † 1514 in Rom), der diese vermutlich nicht selbst erfunden hat, aber maßgeblich für deren Verbreitung und Durchsetzung sorgte. Seine Darstellung findet sich insbesondere in seinem ezyklopädischen Werk aus dem Jahr 1494 ([30]).

Die in einem kommerziellen Unternehmen ablaufenden Kernprozesse lassen sich als Ströme von wertbehafteten Objekten auffassen, und zwar sowohl *von außen* in das Unternehmen *hinein* als auch umgekehrt von dem Unternehmen *nach außen* und schließlich auch innerhalb des Unternehmens von einer organisatorischen Untereinheit zu einer anderen. Typische Beispiele für derartige Ströme sind

- die Anlieferung von Vorprodukten, die für die Herstellung der unternehmen-eigenen Produkte benötigt werden; die Auslieferung der Fertigprodukte des Unternehmens;
- die Bezahlung dieser angelieferten Vorprodukte; der von den Kunden des Unternehmens veranlasste Zahlungseingang für die an sie gelieferten Produkte;
- die Entnahme von Vorprodukten aus dem Lager und ihr Einsatz in der Produktion;
- die Entsorgung von nicht (mehr) brauchbaren oder benötigten Geräten, Werkzeugen, Vorprodukten oder Fehlproduktionen.

Aufgabe der kaufmännischen Buchführung ist es daher, alle diese Abläufe zu erfassen und jederzeit überprüfbar zu dokumentieren. Auch in diesem System gibt es offenbar extensive Größen X_i (Bargeld, Produkte etc.) und deren Ströme aus einem *Speicher* (Lager, Bankkonto etc.) heraus oder in ihn hinein. Dabei ist die Erhaltung dieser Größen X_i weder jeweils für sich genommen gegeben noch (nach einer gewissen Umrechnungsvorschrift) als Summe über alle auftretenden Größen X_i . Waren können verderben oder unverkäuflich werden; umgekehrt können bereits erworbene Vorprodukte auf Grund einer veränderten Marktsituation im Wert steigen, und Produktionsmaschinen verlieren durch ihren Einsatz an Wert. Der mit physikalischen Vorkenntnissen ausgestattete kaufmännische Laie versteht das Konzept der kaufmännischen doppelten Buchführung leicht, sobald er sich die bei deren Festlegung befolgten Nebenbedingungen vor Augen hält:

1. Alle extensiven Größen werden in derselben Einheit (z.B. Euro) notiert.
2. Alle Bestands**veränderungen** werden in sog. *Bestandskonten* notiert und alle **Ströme** in sog. *Bewegungskonten*. Letztere werden jedoch nicht als eigentliche

Ströme (der Dimension $\frac{Wert}{Zeit}$) notiert, sondern als den durch den jeweiligen Vorgang bedingten X -Transfer (der Dimension $Wert$). Hierdurch erhalten auch die Bewegungskonten dieselbe Einheit wie die Bestandskonten.

3. Jeder reale Vorgang wird interpretiert als
 - (a) Strom **von außen** in einen **internen** Bestand oder umgekehrt aus einem **internen** Bestand heraus **nach außen**; oder
 - (b) Verschiebung eines Wertes von einem internen Bestand in einen anderen internen Bestand.
4. Negative Beträge sind nicht zugelassen. Daher enthält jedes (Bestands- oder Bewegungs-)Konto 2 Spalten zur getrennten Auflistung der positiven und der negativen Veränderungen. Es hat sich eingebürgert, diese beiden Spalten als *Soll* bzw. *Haben* zu bezeichnen.
5. Die Bedeutung der Soll- bzw. Haben-Spalten der verschiedenen Konten wird so gewählt, dass jedem einzelnen Vorgang ein *Buchungssatz* entspricht, durch den der Buchungsbetrag auf genau einem Konto in der Soll-Spalte und in genau einem zweiten Konto in der Haben-Spalte erscheint. Um dieses Konzept durchhalten zu können, führt man sog. Aktiv-Bestandskonten (z.B. Bankkonten) und Passiv-Bestandskonten (z.B. Zahlungsverpflichtungen) ein und entsprechend positive Bewegungskonten (Erfolgskonten) und negative Bewegungskonten (Aufwandskonten).
6. Die generelle Werterhaltung, d.h. die Gültigkeit der Gl. 3.302 für alle Größen X_i wird dadurch formal erzwungen, dass jedes Objekt seinen (Buchungs-)Wert behält, solange dieser nicht durch einen Buchungsvorgang der *Wertberichtigung* verändert wird. Zur Erfassung der damit verbundenen Wertströme werden zusätzliche Bewegungskonten eingerichtet (z.B. *Abschreibungen, außergewöhnliche Erträge, außergewöhnliche Verluste*)

Ein Zusatzeffekt dieses Konzeptes ist, dass die Gesamtsumme aller Soll-Spalten mit der Gesamtsumme der Haben-Spalten überein stimmen muss. Diese notwendige (aber leider nicht hinreichende) Bedingung für die richtige Ausführungen der Buchführungsprozesse war insbesondere in den Zeiten der manuellen Buchführung sehr hilfreich.

Am Ende eines Abrechnungszeitraums wird dann auf Basis dieses Datenmaterials eine sog. *Gewinn- und Verlustrechnung* und danach eine *Bilanz* erstellt. Hierzu werden alle Kontenspalten separat addiert und durch eine *Abschlussbuchung* auf die Gewinn- und Verlustrechnung (Bewegungskonten) bzw. auf die Bilanz (Bestandskonten) übertragen.

(XXX: Der an dieser Stelle noch vorgesehene Text ist noch nicht verfügbar.)

Vorteil dieser sog. doppelten Buchführung ist nicht nur, dass alle Geschäftsabläufe überprüfbar dokumentiert sind und damit dem Geldgeber eines Unternehmens

(z.B. den Aktionären) zumindest eine Hilfestellung geben bei dem Bemühen, die Korrektheit der Geschäftsabläufe zu überprüfen und die integrale wirtschaftliche Situation des Unternehmens realistisch einzuschätzen. Diese Art der Buchführung liefert Informationen, die zu jeder konzeptionellen betriebswirtschaftlichen Entscheidung unverzichtbar sind. Der von ihr gelieferte Satz von Informationen ist jedoch alles andere als vollständig:

- Wegen der Zuordnung jeder einzelnen Einnahme oder Ausgabe zu **genau einem** Konto wird jede Art von Synergie-Effekt **nicht** berücksichtigt. Kosten, die nicht nur für eine betriebliche Operation erforderlich sind, sondern auch bei anderen Operationen eine unterstützende Wirkung haben, werden also i.a. nur bedingt systemgerecht berücksichtigt. Die Aufteilung derartiger Kosten auf mehrere Konten nach einem festen Aufteilungsschlüssel behebt diesen Nachteil nur vordergründig.
- Ausgaben, deren Vorteil sich erst in der Zukunft (hoffentlich) ergibt, passen gar nicht in dieses Schema. Hierzu gehören die Kosten für langfristige Forschung, Imagepflege, langfristige Personalplanung etc. .
- Dieser Katalog lässt sich fortführen.

Es ist die Aufgabe des Managements eines Unternehmens, dafür Sorge zu tragen, dass diese Maßnahmen nicht den (immer nur kurzfristig angelegten) Zielen der Optimierung des Bilanz-Ergebnisses geopfert werden.

Aus all diesen Fakten folgt nach meiner festen Überzeugung:

Die Geschäftsleitung eines jeden Unternehmens muss darauf achten, dass sie in ihren Entscheidungen von einem qualifizierten Controller (Buchhalter) beraten wird. Ein Unternehmen sollte aber niemals einen Controller zum Geschäftsleiter auswählen.

Ich überlasse es dem Leser, nach einem Unternehmen Ausschau zu halten, das sich bis heute an diesen Grundsatz gehalten hat.

(XXX: Der weitere Text des Absatzes *Die doppelte Buchführung* ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Extensive Größen und deren Ströme in der Ökonomie* ist noch nicht verfügbar.)

3.7 Aufgaben (-)

(XXX: Der Kopftext zum Kapitel Aufgaben ist noch nicht verfügbar.)

1. (XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
2. Leite die Gl. einer Ellipse in kartesischen Koordinaten (Gl. 3.23) und in Polarkoordinaten (Gl. 3.57) her unter ausschließlicher Verwendung der Forderung,

dass die Summe der Abstände zu den beiden Brennpunkten konstant ist (Gl. 3.21).

3. Beweise, dass die Randmenge einer Randmenge leer ist.
4. (XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
5. Beweise die sog. Potenzregel der Differenzialrechnung

$$f(x) = x^k \Rightarrow f'(x) = k \cdot x^{k-1} \quad (3.862)$$

für den Fall $k \in \check{\mathbf{N}}$.

6. Berechne das Gasvolumen, das in einem prall aufgeblasenen Fahrradschlauch eingeschlossen ist. Die Form des Schlauchs entspreche in guter Näherung der eines Torus mit kreisförmiger Querschnittsfläche und kreisförmiger, also insbesondere in einer Ebene verlaufender Mittellinie.
Wie ändert sich das Volumen, wenn der Schlauch an einer Stelle auf eine ebene Fläche gedrückt wird? Nehme vereinfachend an, dass der übrige Teil der Schlauchs, der also keinen Kontakt mit der genannten ebene Fläche hat, seine Form nicht verändert. Vernachlässige also den Wulst, der sich bei einem realen Reifen im Bereich der Kontaktfläche bildet.
7. (XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
8. (XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
9. (XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
10. (XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
11. Beweise, dass die Bahnkurve einer Zentralbewegung ganz in der Ebene verläuft, die durch die zu einem beliebigen Zeitpunkt gehörende Geschwindigkeit des Körpers und den vom ihm zum Zentrum der Bewegung weisenden Vektor aufgespannt wird. Benutze dieses Ergebnis, um den sog. Flächensatz (Gl. 3.431) zu beweisen. Beweise auch die Umkehrung des Flächensatzes: Jede Bewegung, die ganz in einer Ebene verläuft und zu der ein in dieser Ebene liegender ausgezeichnete Punkt \vec{r}_0 gehört derart, dass der Vektor $\vec{r} - \vec{r}_0$ in gleichen Zeiten gleiche Flächen überstreicht, ist eine Zentralbewegung.
12. (XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
13. Ein Körper habe die Masse M und befinde sich in einem Potenzial

$$V(\vec{r}) = V(r) = \frac{V_0}{r^2} \quad (3.863)$$

Zur Zeit $t = 0$ befinde sich der Körper am Ort

$$\vec{r}(t = 0) = \vec{r}_a \quad (3.864)$$

und habe die Geschwindigkeit

$$\vec{v}(t = 0) = \vec{v}_a \quad (3.865)$$

Berechne die Bewegung des Körpers, also die Funktionen

$$\vec{r}(t); \vec{v}(t) \quad (3.866)$$

14. O.Rømer bestimmte die Lichtgeschwindigkeit durch die astronomische Vermessung der Jupitermond-Phasen: Während der Rotation der Jupitermonde. um ihr Bewegungszentrum, den Jupiter, werden sie aus der Sicht eines Beobachters auf der Erde abwechselnd vom Jupiter verdeckt bzw. befinden sich vor ihm. Leicht beobachtbar ist insbesondere der Moment, in dem sie aus dem Schatten des Jupiters heraustreten. Verfolgt man z.B. die Phasen des Jupitermondes Io während eines Erdjahres und bestimmt den funktionellen Zusammenhang zwischen der Zeit des Io-Aufgangs und der lfd. Nr. des Io-Umlaufs, so zeigt sich - neben einer sich im Vergleich dazu langsam und monoton ändernden Funktion - eine sinusförmige Oszillation dieser Funktion mit den Parametern:

$$\text{Periode} = 1 \cdot \text{Erdjahr} \quad \text{Amplitude} = 499,0 \cdot s$$

Erkläre dieses Ergebnis und berechne daraus die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit

15. (XXX: Der Text dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)
16. Leite die Formel her zur Abschätzung der Entfernung eines Objektes mit Hilfe des Daumensprungverfahrens: Man hält den Daumen einer Hand in definierter Entfernung von den Augen, z.B. bei ausgestrecktem Arm, und bestimmt die Anzahl der Daumenbreiten, um die das Objekt relativ zu dem Daumen hin und her springt, wenn man es abwechselnd mit dem rechten und dem linken Auge betrachtet, ohne dabei den Daumen zu bewegen. Bestimme die analoge Beziehung, mit deren Hilfe man durch die Messung der Dauer eines Venus-Transits (Abschnitt 3.5.4) an 2 ausreichend weit von einander entfernten Orten auf der Erde den Abstand Erde-Sonne (also die astronomische Einheit AE) berechnen kann. Schätze die Größenordnung des Effektes ab und diskutiere mit Hilfe dieses Wertes Möglichkeiten, diese beiden Messungen optimal aufeinander abzustimmen.
17. Die Gl. 3.465 und 3.466 bzw. 3.467 und 3.468 bilden den Ansatz zur Bestimmung einer Vorschrift zur simultanen Transformation von \vec{r} und t beim Übergang von einem Inertialsystem zu einem anderen, das sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} von ersterem entfernt. Zeige, dass aus diesen Gl. die Lorentz-Transformation gemäß Gl. 3.472 und 3.473 folgt. Verwende hierzu die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit in Form der Gl. 3.463 und 3.464.

18. Beweise, dass die relativistische Vorschrift zur Transformation von Geschwindigkeiten (Gl. 3.503) mit dem Prinzip der Lichtgeschwindigkeit als obere Grenzfrequenz für jedes reale Objekt verträglich ist, dass also immer die Bedingung

$$v_{Obj}^* < c_0 \quad (3.867)$$

erfüllt ist, auch wenn sowohl v_{Obj} als auch v mit c_0 vergleichbar werden, wenn also

$$(v_{Obj} + v) > c_0 \quad (3.868)$$

19. Beweise den Satz 87. Hinweis: Verwende hierzu die Gl. 7.154. Beweise, dass dieselbe Aussage auch für das Innenfeld der Massenverteilung gültig ist.
20. Betrachte den elastischen zentralen Stoß zweier massegleicher Kugeln auf einem Billardtisch. Im Anfangszustand bewegen sich beide Kugeln mit einer Geschwindigkeit vom Betrag v relativ zum Tisch auf einander zu. Berechne den Endzustand nach dem Stoß und diskutiere die bei dem Stoß auftretenden Energie- und Impulsüberträge
- bei Rechnung in einem Inertialsystem, in dem der Billardtisch ruht;
 - bei Rechnung in einem Inertialsystem, in dem eine der beiden Kugeln im Anfang ruht.

21. Berechne die maximal zulässige (Rest-)Geschwindigkeit v_A eines Schiffes bei folgendem Anlegemanöver: Das Schiff fährt mit dieser Geschwindigkeit v_A nahe und parallel zum Anlegesteg und wird durch **genau einen** um einen Poller des Stegs gelegten Schiffstampen der Länge L zum Stillstand gebracht. Berechne zunächst den allgemeinen Zusammenhang zwischen v_A und den Größen M (Masse des Schiffes), D und L (Durchmesser und wirksame Länge des Tampens), E (Elastizitätsmodul des Tampenmaterials) und ε_{\max} (Reißdehnung des Tampenmaterials) und danach den konkreten Zahlenwert für folgendes Beispiel:

$$M = 4,5 \cdot 10^4 \cdot t \quad ; \quad D = 20 \cdot cm \quad ; \quad L = 30 \cdot m \quad ; \quad E = 3 \cdot \frac{kN}{mm^2} \quad ; \quad \varepsilon_{\max} = 0,017 \quad ; \quad (3.869)$$

Dieses Beispiel entspricht etwa der realen Situation beim Anlegemanöver eines modernen Kreuzfahrtschiffs.

22. Berechne den global gemittelten Anstieg den Meeresspiegels, wenn sämtliche im nördlichen Polarmeer schwimmenden Eisberge schmelzen. Gesamtmasse dieser Eisberge $M_E = 6 \cdot 10^{12} \cdot t$ (Hi.: diese Zahl ist ein von mir berechneter unverbindlicher Schätzwert)
Relativer Anteil der Weltmeere an der Erdoberfläche $\frac{A_{Meere}}{A_{Erde}} = 0,708$
23. Eine verbreitete Maßnahme zum Schutz von Wohnräumen gegen das Eindringen von Insekten ist das Fliegengitter: Ein engmaschiges Netz, das bei geöffnetem

Fenster die Fensteröffnung ganz ausfüllt. Berechne die minimale Maschenweite des Netzes, die nicht unterschritten werden darf, um nicht die Durchlüftung des Raumes durch einen zu großen Luftwiderstandes des Fliegengitters zu sehr zu behindern.

24. Berechne den Durchmesser der jährlichen Bewegung des sonnennächsten Fixsterns Alpha-Centauri am Fixsternhimmel
Entfernung Alpha-Centauri/Sonne $a_{S-\alpha C} = 4,32 \cdot lj$.
25. In vielen Publikationen findet man als Erklärung für den i.a. 12- und nicht etwa 24-stündigen Rhythmus von Ebbe und Flut folgende Hypothese: Die Inhomogenität des Gravitationsfeldes insbesondere des Mondes ist nur die Ursache für das Auftreten eines der beiden täglich um die Erde umlaufenden Flutberge. Der 2. entsteht durch die Zentrifugalkraft infolge der Rotation der Erde um den gemeinsamen Schwerpunkt des Systems Erde-Mond, dem sog. Baryzentrum. Berechne zur Überprüfung dieser Hypothese die Größenordnung der beiden über sie definierten Kräfte:
(a) den Unterschied zwischen den Gravitationskräften auf der dem Mond zu bzw. abgewandten Seite der Erdoberfläche;
(b) die infolge der o.a. Rotation auftretende Zentrifugalkraft an dem Punkt der Erdoberfläche, der den größten Abstand zum Baryzentrum hat.
26. Eine Last der Masse M soll mit Hilfe eines Flaschzugs mit einer vertikalen Geschwindigkeit v angehoben werden. In welcher Weise hängt die am Zugseil erforderliche Kraft von dem Winkel α ab, den hierbei das Zugseil mit der Horizontalen bildet?
27. Schätze ab, ob Windkraftanlagen bei geeignet großräumiger und dichter Installation einen signifikanten Beitrag zur Reduktion der im Mittel auftretenden Sturmschäden leisten können.
28. (XXX: Der Text der weiteren, noch vorgesehenen Aufgaben ist noch nicht verfügbar.)

3.8 Zahlenwerte (-/-)

Mittlerer Radius der Erde $R_{\text{Erde}} = 6,3710 \cdot 10^3 \cdot km$

Geometrische Abmessung der Erdoberfläche $= 5,1 \cdot 10^8 \cdot km^2$

Astronomische Einheit (mittlerer Radius der Bahn der Erde um die Sonne): $1 \cdot AE = 1,49597870 \cdot 10^8 \cdot km$

Gravitationskonstante $\gamma = 6,670 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$

Masse der Sonne $M_{\text{Sonne}} = 1,989 \cdot 10^{30} \cdot kg$

Masse der Erde $M_{\text{Erde}} = 5,974 \cdot 10^{24} \cdot kg$

Äquator-Radius des Erd-Mondes $R_{\text{Mond}} = 3,476 \cdot 10^3 \cdot km$

Mittlerer Radius der Mondbahn um die Erde $R_{\text{Mondbahn}} = 3,84403 \cdot 10^5 \cdot km$

Winkel zwischen der Drehachse der Eigenrotation der Erde und der Senkrechten auf der Bewegungsebene der Erdbahn um die Sonne (Schiefe der Ekliptik) $\varepsilon = 23^\circ 27'$

Dauer eines astronomischen (siderischen) Erdjahres $1 \cdot a = 365,2563604 \cdot d$

Dauer eines tropischen Erdjahres $T_E^{(t)} = 365,24219 \cdot d$

$m(\text{Aerogel}) = 0,003 \dots 0,5 \cdot \frac{g}{cm^3}$

Schallgeschwindigkeit von Aerogelen typisch $100 \cdot \frac{m}{s}$

Längeneinheit engl. Fuß: $1 \cdot ft = 0,3048 \cdot m$

(XXX: Die Daten weiterer Zahlenwerte sind noch nicht verfügbar.)

3.9 Literatur (-)

1. Gottfried Falk, Theoretische Physik auf der Grundlage einer allgemeinen Dynamik, Band I Elementare Punktmechanik, Springer-Verlag Berlin etc. 1966
2. Gottfried Falk, Theoretische Physik, Band II Thermodynamik, Springer-Verlag Berlin etc. 1966
3. G. Falk, W.Ruppel, Mechanik Relativität Gravitation, Springer-Verlag Berlin etc. 1973
4. L.D.Landau, E.M.Lifschitz, Lehrbuch der Theoretischen Physik, Bd. I Mechanik, Akademie-Verlag Berlin 1967 / 13. Auflage 1990
5. Friedhelm Erwe, Differential- und Integralrechnung I und II, Bibliographisches Institut, Hochschultaschenbücher 30/30a bzw. 31/31a, Mannheim 1964
6. Harro Heuser, Lehrbuch der Analysis Teil 1 und 2, Vieweg+Teubner Verlag Stuttgart, 16. Auflage 2006
7. I.Bronstein, K.Semendjajew, Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch Zürich u. Frankfurt/M. 1967 bzw. die neueren, inhaltlich erweiterten Auflagen: z.B. I.N.Bronstein, K.A.Semendjajew, G.Musiol, Taschenbuch der Mathematik, 7. Auflage 2008
8. Johannes Kepler, astronomia nova aitiologetos sen physica coelestis, 1609; Bd. 3. in Kepler/gesammelte Werke Hrsg. Max Caspar, Walter van Dyck, C.H. Beck München 1938
9. Johannes Kepler, harmonices mundi, 1619; Bd. 6. in Kepler/gesammelte Werke Hrsg. Max Caspar, Walter van Dyck, C.H. Beck München 1938
10. H.Lorentz, Simplified theory of electrical and optical phenomena in moving systems, Proc. Acad. Science Amsterdam 1 (1899) p. 427-443
11. H.E. Ives, G.R. Stilwell, An Experimental Study of the Rate of a Moving atomic clock, J. Opt. Soc. Am. 28 (1938), p. 215-226
12. J.H. Poincaré, Comptes Rendus Académie de Sciences de Paris 140 (1905) p. 1504 - 1508

13. A.Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik 17 (1905), S. 891-921
14. R.v. Eötvös, Über die Anziehung der Erde auf verschiedene Substanzen, Mathem. u. Naturwissensch. Berichte aus Ungarn 8 (1890) S. 65-68
15. A. Einstein, Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig ?, Annalen der Physik 18 (1905), S. 639-641
16. D.L. Hitt, M.L. Lowe, J.R. Tincher, J.M. Watters, A new method for blood velocimetry in the microcirculation, Microcirculation 3 (1996), 3, p. 259-263
17. S.I. Seleschnikow, Wieviel Monde hat ein Jahr?, Moskau, Verlag MIR 1981
18. A. Einstein, Die Feldgleichungen der Gravitation, Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin v. 25.11.1915, S. 844-847
19. A. Einstein, Erklärung der Periheldrehung des Merkur aus der Allgemeinen Relativitätstheorie, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften 1915, S. 831-839
20. E. Halley, Methodus singularis, qua Solis parallaxis ope Venesis etc. determinari poterit, Phil. Trans. 1716; z.B. in A. Cook, Edmond Halley - Charting the Heavens and the Seas, Clarendon Press, Oxford 1998
21. Isaak Newton, philosophia naturalis principia mathematica, 1686; Hrsg. Alexandre Koyré, Bernhard Cohen 1726/ Harvard University Press Cambridge/Mass 1972
22. (XXX: Das an dieser Stelle vorgesehene Literaturzitat ist noch nicht verfügbar.)
23. (XXX: Das an dieser Stelle vorgesehene Literaturzitat ist noch nicht verfügbar.)
24. George Arfken, Mathematical Methods for Physicists, Chapter 6 und 7, Academic Press New York 1970 / 6th edition 2005
25. G. Lamaître, Un universe homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radial des nébuleuses extragalactiques, Ann. Soc. ScL. Bruxelles A (1927), p. 47-49
26. Ch. Gerthsen, Physik, Springer-Verlag Berlin etc. , 9. Auflage 1966, S. 159-160
27. B. Franke, Forschungsraketen - Technologische Experimente unter Schwerelosigkeit, Stedinger Verlag Lemwerder 2007
28. A. Friedmann (Hrsg. G. Singer), Die Welt als Raum und Zeit, Ostwalds Klassiker der Exakten Wissenschaften Bd. 287, Verlag Harri Deutsch, Thurn u. Frankfurt/Main 2002
29. F.W. Bessel, Bestimmung der Entfernung des 61sten Sterns des Schwans, Astronomische Nachrichten 365 (1839)
30. Luca Paciola, Summa de Arithmetica, Geometrica, Propertioni et Proportionaliti, 1494