

Heft 7

QUANTENMECHANIK - REVOLUTION DES PHYSIKALISCHEN WELTBILDES (-)

Dieses Dokument ist ein Teil des kostenfrei über die Internet-Adresse
<http://www.wolfgang-jacobsen.de> verfügbaren Lehrbuchs

**Fundamente, Fragmente, offene Fragen -
ein Streifzug durch die allgemeine und technische Physik**

von Wolfgang Jacobsen

Letzte Änderung: 15.11.2011

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts schien die Physik zumindest in ihren Grundzügen wohl bekannt und gesichert zu sein. Die Mechanik, aufgebaut auf den Konzepten von Newton und Galilei, zusammen mit der Elektrodynamik Maxwells schien alle bereits durchgeführten Experimente korrekt zu beschreiben. Man erwartete daher auch für die Zukunft keine neuen Fakten mehr, die dieses (klassische) physikalische Weltbild ernsthaft erschüttern könnten. Wie wir heute wissen, war dies eine fundamentale Fehleinschätzung. Zum einen zeigten die bereits im Abschnitt 3.2.10 beschriebenen vergeblichen Versuche, die Geschwindigkeit der Erde relativ zum Äther zu messen (dem als absolut ruhend postulierten Trägermedium der elektromagnetischen Strahlung), dass die klassische Mechanik bei Annäherung der Objektgeschwindigkeit an die Lichtgeschwindigkeit modifiziert werden muss. Dies führte zur Entwicklung der sog. *speziellen Relativitätstheorie* (Abschnitt 3.2.11).

Zum anderen aber führte das Vordringen in die Welt des Mikrokosmos, also die ersten Experimente mit Atomen und deren Bausteinen, den Protonen, Neutronen und Elektronen, zu völlig neuartigen Interpretationsproblemen. Eine Reihe typischer Experimente zeigte klar, dass die klassische Mechanik in einem ganz anderen Sinne erweitert werden musste, um auch im Mikrokosmos zu korrekten Aussagen zu führen. Diese typischen Experimente und ihre Ergebnisse werde ich im Kapitel 7.2 erläutern. Daraus werde ich im daran anschließenden Kapitel 7.3 die logische Struktur der neuen Mechanik entwickeln, die wegen einer ihrer wichtigsten neuen Aussagen die Bezeichnung *Quantenmechanik* erhalten hat. Dabei werden wir uns jedoch auf den nicht-relativistischen Fall beschränken, d.h. nur Situationen behandeln, in denen alle relevanten Geschwindigkeiten klein sind gegenüber der Lichtgeschwindigkeit. Denn die Verknüpfung dieser beiden Erweiterungen zur *relativistischen Quantenmechanik*

hat sich als in besonderem Maße kompliziert und schwer verständlich herausgestellt. Ihre Grundzüge werden wir im Kapitel 7.14 behandeln.

Eine der wichtigsten Aussagen der neuen Mechanik wird sein, dass die bisher gewohnten Beschreibungskonzepte des *Teilchens* einerseits und der *Wellenerscheinung* andererseits nicht mehr von einander separiert betrachtet und behandelt werden dürfen. Vielmehr wird es nötig sein, sie zu einer neuen umfassenderen Art der Beschreibung zusammen zu fassen. Diese Situation wird in den Lehrbüchern meist als *Welle-Teilchen-Dualismus* bezeichnet. Als Vorbereitung auf diese Diskussion werde ich uns daher zunächst die klassischen Konzepte von *Wellen* und *Teilchen* - bei entsprechender Größe ist bei letzterem die Bezeichnung *Körper* gebräuchlicher - ins Gedächtnis rufen.

7.1 Teilchen und Wellen im Bild der klassischen Physik (*)

Ein *klassisches Teilchen* ist ein ruhemassebehaftetes Objekt endlicher Ausdehnung mit einem wohl definierten Volumen V . D.h. man kann zum einen die räumliche Masseverteilung des Teilchens angeben z.B. durch die Funktion

$$\varrho = \varrho(\vec{r}) \quad (7.1)$$

\vec{r} messen wir hierbei vorzugsweise in einem Koordinatensystem, dessen Ursprung mit einem ausgezeichneten Punkt des Teilchens, z.B. seinem Massenschwerpunkt, identisch ist. Zum anderen aber ist auch gesichert, dass das von dem Teilchen eingenommene Volumen, d.h. die Menge aller Punkte mit nicht verschwindender Masendichte,

$$V = \{\vec{r} : \varrho(\vec{r}) \neq 0\} \quad (7.2)$$

endlich und topologisch nicht zu kompliziert ist. Insbesondere ist nicht nur das Volumen, sondern auch seine Oberfläche von endlicher Größe.

Jedes klassische Teilchen ist lokalisiert, d.h. zu jedem Zeitpunkt kann sein Aufenthaltsort exakt angegeben werden, z.B. die in einem externen, nicht mit dem Teilchen verbundenen Koordinatensystem gemessene Koordinate seines Massenschwerpunktes. Zusätzlich zu der Charakterisierung über die Funktion $\varrho = \varrho(\vec{r})$ wird a priori angenommen, dass 2 Teilchen nicht gleichzeitig dasselbe Volumen ausfüllen können, auch nicht teilweise, zumindest nicht ohne dass es zu einer katastrophalen Veränderung (Zerstörung) von zumindest einem dieser beiden Körper kommt.

Klassische (kompakte) Körper können einander nicht zerstörungsfrei durchdringen.

Durch Angabe der Werte eines geeignet ausgewählten Satzes von Variablen zu einem bestimmten Zeitpunkt und unter Berücksichtigung sämtlicher Wechselwirkungen zwischen dem Teilchen und dem Rest der Welt ist das Verhalten dieses Teilchens bis in alle Zukunft vorgegeben. Die Regeln, nach denen sich diese Variablen mit der Zeit verändern, werden als *Bewegungsgleichungen* bezeichnet, s. Abschnitt 3.3.13. In

der Hamiltonschen Formulierung der Mechanik (Sir William Rowan Hamilton, * 1805 in Dublin; † 1865 in Dunsik b. Dublin) lauten diese

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial E(\vec{P}, \vec{r})}{\partial \vec{P}} ; \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{\partial E(\vec{P}, \vec{r})}{\partial \vec{r}} \quad (7.3)$$

E ist dabei die Energie des Teilchens, geschrieben in den als unabhängig aufgefassten Variablen \vec{P} und \vec{r} .

Auch bei einem klassischen Teilchen können manche Variablen beliebige Werte annehmen, andere dagegen nur gewisse, diskret verteilte Werte. Diskret verteilt ist insbesondere die Teilchenzahl, diese kann nur positive natürliche Zahlenwerte annehmen. Auch die Ladung ist quantisiert, diese kommt nur in ganzzahligen (positiven wie negativen) Vielfachen eines als Naturkonstante vorgegebenen Wertes vor, der sog. *Elementarladung*, (s. Abschnitt 4.3.1). Dieser Wert ist allerdings im Vergleich zu den in der makroskopischen Welt vorkommenden Ladungen sehr klein. Variablen, die nur diskrete Werte annehmen können, sind also nicht erst eine Erfindung der Quantenmechanik. Wir haben uns allerdings so daran gewöhnt, dass es uns in diesen Fällen als selbstverständlich erscheint. Andere Variablen, wie die Energie oder der Impuls, sind dagegen in der klassischen Mechanik niemals quantisiert. Sie können immer beliebige Werte annehmen.

Eine *klassische Wellenerscheinung* ist ein kooperatives Phänomen der Kontinuumsmechanik. Sie benötigt ein als Kontinuum angenommenes Medium, in dem oszillierende Veränderungen einer oder mehrerer (i.a. mindestens zweier) physikalischer Größen A_i möglich sind, z.B. Oszillationen der Massendichte und der lokalen Geschwindigkeit in Gasen oder Flüssigkeiten (*Schall*, s. Abschnitt 3.3.16), der mechanischen Spannungen und der lokalen Deformation in Festkörpern (*Körperschall* bzw. *Phononen*, s. Abschnitt 9.2) oder der elektrischen und der magnetischen Feldstärke in Dielektrika oder im Vakuum (*elektromagnetische Strahlung*, s. Kapitel 6.2). In allen diesen Fällen lässt sich in linearer Näherung, d.h. für kleine Amplituden der Oszillationen, jede real auftretende Oszillation $A(\vec{r}, t)$ als eine Fourierreihe (wenn die Funktion $A(\vec{r}, t)$ streng periodisch ist bzgl. \vec{r} und t) bzw. als Fourier-Integral (sonst) von ebenen Wellen darstellen (s. Abschnitt 4.2.3),

$$A(\vec{r}, t) = \iiint A(\vec{k}, \omega) \cdot e^{-i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \cdot d^3k \cdot d\omega \quad (7.4)$$

Das Basis-Element zum Verständnis sämtlicher Wellenerscheinungen $A(\vec{r}, t)$ ist also die ebene Welle

$$A(\vec{r}, t) = A(\vec{k}, \omega) \cdot e^{-i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})} ; \quad A(\vec{k}, \omega) \in \hat{\mathbf{C}} \quad (7.5)$$

Sie kann als Baustein aufgefasst werden, aus dem alles übrige aufgebaut ist. Dieses Objekt *ebene Welle* ist nicht lokalisiert, sondern füllt den gesamten für die Oszillationen bereitgestellten Teil des Mediums gleichmäßig aus. Verschiedene ebene Wellen

können sich *überlagern*, d.h. den gleichen Teil des Mediums ausfüllen, und zeigen dabei Interferenzeffekte (wenn sie denn ausreichend kohärent sind, s. Abschnitt 11.1.5). Entscheidende Voraussetzung für die Möglichkeit von Interferenz ist, dass die für die Wirkung auf andere Systeme entscheidende Größe der Welle nicht die Amplitude ist sondern deren als *Intensität* bezeichnetes Quadrat. Für die über die Zeit gemittelte Intensität einer Welle kann nun aber an gewissen Stellen im Raum

$$\langle I(\vec{r}, t) \rangle_t = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \int_T^{T+\Delta T} [A_1(\vec{r}, t) + A_2(\vec{r}, t)]^2 \cdot dt > \langle I_1(\vec{r}, t) \rangle_t + \langle I_2(\vec{r}, t) \rangle_t \quad (7.6)$$

gelten und dafür an anderen Stellen

$$\langle I(\vec{r}, t) \rangle_t < \langle I_1(\vec{r}, t) \rangle_t + \langle I_2(\vec{r}, t) \rangle_t \quad (7.7)$$

s. hierzu insbesondere Abschnitt 11.1.2. Diese *Interferenzeffekte* sind als entscheidendes Kriterium dafür anzusehen, dass es sich bei den beobachteten Objekten um Wellen handelt.

Gl. 7.5 kann man auch als Bewegungsgleichung der klassischen ebenen Welle deuten, denn sie legt fest, wie sich die Variable A mit der Zeit verändert.

(XXX: Der weitere Text des Kapitels *Teilchen und Wellen im Bild der klassischen Physik* ist noch nicht verfügbar.)

7.2 Die entscheidenden experimentellen Fakten (*)

Wir werden nun die entscheidenden experimentellen Fakten kennenlernen, die klar machen, dass - und auch wie - die klassische Mechanik zur umfassenderen Quantenmechanik erweitert werden muss. Dabei werde ich mich nicht streng an den historisch entscheidend gewesenen Experimenten orientieren sowie an deren historischer Abfolge, sondern versuchen, die logische Zwangsläufigkeit dieses Weges auf Basis der *heute bekannten experimentellen Fakten* aufzuzeigen. Wo immer mir das eindeutig bekannt ist, werde ich die jeweiligen Erstpublikationen zu diesen Fakten nennen, um den Leser zu motivieren, diese Originalarbeiten einmal zu lesen und die darin gegebene Darstellung mit der heutigen Sicht der Dinge zu vergleichen.

7.2.1 Quantisierung ruhemasseloser Strahlung (*)

Bereits in den Jahren 1899 bis 1902 zeigte *Philipp Lenard* (* 1862 in Preßburg, heute Bratislava/Slowakei; † 1947 in Messelhausen/heute Stadtteil v. Lauda-Königshofen (Hessen)), dass bei der Bestrahlung einer geeigneten Festkörperoberfläche mit Licht (s. Abb.1) freie Elektronen aus der Oberfläche *heraus geschlagen* werden. Er erkannte insbesondere, dass nicht etwa die Intensität des Bestrahlungslichtes darüber entscheidet, ob dieser Prozess überhaupt möglich ist, sondern dessen Frequenz,

$$\nu < \nu_0 \Rightarrow \frac{dN_{\text{Elektronen}}}{dt} = 0 \quad (7.8)$$