

Das hat u.a. zur Folge, dass eine Zufallsgröße, die nur für ein Vorzeichen existiert, nicht exakt Gauss-verteilt sein kann, sondern höchstens näherungsweise und nur falls  $\langle a \rangle \gg \sigma$ . In welchem Sinne die Gauss-Verteilung die *Normalverteilung* der Wahrscheinlichkeitstheorie ist, haben wir bereits im Abschnitt 2.7.4 angedeutet.

(XXX: Der weitere Text des Absatzes *Einige konkrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen* ist noch nicht verfügbar.)

## 7.5 Die konsistente Formulierung der Quantenmechanik (-)

Nachdem nun die hierfür erforderlichen mathematischen Strukturen und Aussagen bereitgestellt sind, werden wir daran gehen, das Grundgerüst der Quantenmechanik in einer logisch konsistenten, axiomatisch aufgebauten Form zu präsentieren. Wir stützen uns dabei auf die im Kapitel 7.2 aus experimentellen Fakten und physikalischen Überlegungen geschlossenen Aussagen sowie auf die im Kapitel 7.4 zusammengetragenen mathematischen Zusammenhänge. Und wir werden feststellen, dass diese beiden Quellen ausreichen, um das gesamte Gebäude der Quantenmechanik zu erstellen. Mit der von mir gewählten Reihenfolge der Darstellung

- zunächst die experimentellen Fakten,
- dann eine Zusammenfassung rein mathematischer Fakten, die keinerlei zusätzlicher physikalisch zu begründender Annahmen bedürfen, und
- danach die axiomatische Formulierung,

hoffe ich klarzumachen, auf welchen wenigen fundamentalen Annahmen diese Theorie beruht.

**Axiom 39** Die Menge der Zustände  $|k\rangle$  eines physikalischen Systems bildet einen Hilbert-Raum über dem Körper der komplexen Zahlen  $\hat{\mathbb{C}}$ .

**Axiom 40** Jeder beobachtbaren physikalischen Größe  $P$  ist ein auf diesem Hilbert-Raum erklärter hermitescher Operator  $\mathbf{P}$  zugeordnet. Der (mittlere) Wert einer Größe  $P$  in einem Zustand  $|k\rangle$  ist gleich dem Skalarprodukt

$$P = \langle k | \mathbf{P} k \rangle \quad (7.282)$$

**Axiom 41** Jedem physikalischen System ist ein vollständiger Satz linearer hermitescher Operatoren zugeordnet mit folgenden Eigenschaften:

- \* Die Operatoren kommutieren alle miteinander.
- \* Die (gemeinsamen) Eigenzustände zu diesen Operatoren sind nicht entartet.
- \* Diese Eigenzustände sind mit den stationären Zuständen des Systems identisch.
- . Daher ist jeder stationäre Zustand durch Angabe der Eigenwerte für jeden dieser Operatoren bis auf einen konstanten Phasenfaktor eindeutig beschrieben.
- \* Jeder weitere Operator ist als Funktion dieser Operatoren darstellbar.

**Axiom 42** Die zeitliche Entwicklung eines beliebigen Zustands wird durch die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung beschrieben,

$$i \cdot \hbar \cdot \frac{\partial |k\rangle}{\partial t} = \mathbf{H} |k\rangle \quad (7.283)$$

**Axiom 43** Durch die Messung einer physikalischen Größe  $P$  wird das System in einen Eigenzustand des zugehörigen Operators  $\mathbf{P}$  überführt. In welchen der möglichen Eigenzustände zu  $\mathbf{P}$  ( Bezeichnung  $|P_i\rangle$  ) es dabei übergeht, ist unbestimmt.<sup>††</sup> Durch den Ausgangszustand  $|k\rangle$  ist lediglich die Wahrscheinlichkeit vorgegeben, mit der einer dieser Zustände infolge des Messprozesses angenommen wird. Diese beträgt

$$w(|P_i\rangle) = \sqrt{|\langle P_i | \mathbf{P} k \rangle|^2} \quad (7.284)$$

**Axiom 44** Zwei identische physikalische Systeme, die sich in einem identischen Zustand befinden, sind grundsätzlich ununterscheidbar.

Um dem Leser zu helfen, die in diesen Axiomen festgelegte Struktur logisch korrekt einzuordnen, liegt mir daran, insbesondere zu betonen: Eine bestimmte physikalische Situation, ein *Zustand*, wird durch die quantenmechanische Zustandsfunktion beschrieben, also z.B. in der Ortsdarstellung durch die komplexwertige Schrödingersche Wellenfunktion  $\psi(\vec{r}, t)$ . Der makroskopischen Welt zugänglich ist primär das Ergebnis einer Messung. Diese aber verändert immer den quantenmechanischen Zustand. Daher ist nicht verwunderlich, dass unterschiedlich konzipierte Messungen an identischen Zuständen zu qualitativ unterschiedlichen Ergebnissen führen können, die im Rahmen eines nicht-quantenmechanischen Interpretationsmodells nicht miteinander vereinbar sind. Ein derartiges Beispiel sind die im Kapitel 7.16 eingehend behandelten unterschiedlich strukturierten Messungen zur Interferenz einzelner Photonen an einem Doppelspalt. Alle diese bis heute in der Literatur diskutierten begrifflichen Schwierigkeiten bei speziellen Interferenz-Experimenten, in denen z.B. vermeintliche Fernwirkungen auftreten, die mit Überlichtgeschwindigkeit durch den Kosmos übertragen werden, sie alle haben ihre primäre Ursache in der Nicht-Beachtung dieser Regel. Das einzelne Photon entsteht erst im Moment der Messung. Ohne die Messung besteht der Zustand aus einer Wellenfunktion mit einer bestimmten Orts- und Zeitabhängigkeit, nicht mehr und nicht weniger. Ich will allerdings an dieser Stelle ergänzen, dass meines Wissens bis heute keine logisch saubere und mathematisch eindeutige Definition des Vorgangs *Messung* existiert, die also u.a. auch folgende Fragen beantwortet:

1. Welche Kriterien müssen erfüllt sein, damit eine Störung eines quantenmechanischen Systems eine *Messung* einer bestimmten physikalischen Größe darstellt?

---

<sup>††</sup>Ich vermeide an dieser Stelle die Formulierung "kann nicht vorher gesagt werden", da dies so etwas wie eine befristete Unzulänglichkeit der Theorie in ihrem aktuellen unfertigen Zustand suggerieren würde. Vielmehr ist diese Vorhersage *grundsätzlich nicht möglich*.

2. Wie genau erfolgt die zeitliche Entwicklung des Zustands im Verlauf dieser Messung?

B.a.W. müssen wir uns darauf beschränken, das Axiom 43 gleichzeitig als eine Definition des Begriffs *Messung* anzusehen:

**Definition 141** *Die Messung einer physikalischen Größe  $P$  an einem quantenmechanischen System besteht darin, dass dieses System durch die (makroskopische) Messanordnung gezwungen wird, in einen Eigenzustand zu dieser Größe  $P$  überzugehen.*

Ich werde auf diese generelle Fragestellung insbesondere im Kapitel 7.16 zurückkommen.

## 7.6 Darstellungsarten der Quantenmechanik (-/-)

(XXX: Der Kopftext des Kapitels *Darstellungsarten der Quantenmechanik* ist noch nicht verfügbar.)

### 7.6.1 Darstellung der Zustände als Funktionen im Ortsraum (Schrödinger-Darstellung) (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Darstellung der Zustände als Funktionen des Ortsraums (Schrödinger-Darstellung)* ist noch nicht verfügbar.)

### 7.6.2 Darstellung der Zustände über die Eigenzustände einer diskret verteilten Observablen (Heisenberg-Darstellung) (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Darstellung der Zustände über die Eigenzustände einer diskret verteilten Observablen (Heisenberg-Darstellung)* ist noch nicht verfügbar.)

### 7.6.3 Dichtefunktionale (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Dichtefunktionale* ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Kapitels *Darstellungsarten der Quantenmechanik* ist noch nicht verfügbar.)

## 7.7 Die wichtigsten Operatoren (-)

(XXX: Der Kopftext des Kapitels *Operatoren* ist noch nicht verfügbar.)