verbesserter Messgenauigkeit von *Edward Williams Morley* (* 1838 in Newark/NJ (USA); † 1923 in West Hartford/Conn.(USA)) und anderen zeigte (s.u.), ist dieses Konzept nicht haltbar. Vielmehr musste die Korrektur der Theorie an einer anderen Stelle stattfinden, während das Axiom 7 seine volle Gültigkeit behalten konnte. Diese Korrektur ist Gegenstand des nun folgenden Abschnitts.

3.2.6 Physikalische Vektoren (-/-)

Wie wir im Verlaufe dieses Heftes noch sehen werden (s. Abschnitt 3.2.5), gelten bei einem Wechsel des für die Darstellung des Anschauungsraums benutzten Koordinatensystems gewisse Relativitätsprinzipien. Daher müssen alle Vektoren, die eine physikalische Größe repräsentieren, ebenfalls ganz bestimmten bei einem Wechsel des Koordinatensystems geltenden Transformationsregeln gehorchen. Irgendeine beliebige Folge 3-er Funktionen $f_1(\overrightarrow{r}), f_2(\overrightarrow{r}), f_3(\overrightarrow{r})$ wird dagegen alleine dadurch, dass man sie in der Form

$$\overrightarrow{f}(\overrightarrow{r}) = (f_1(\overrightarrow{r}); f_2(\overrightarrow{r}); f_3(\overrightarrow{r})) \tag{3.565}$$

schreibt, noch nicht zu einem in einer physikalischen Theorie an einer bestimmten Stelle zulässigen Vektor.

Wir verwenden an dieser Stelle insbesondere das Axiom 9, das die Invarianz gegenüber einer Drehung des benutzten Koordinatensystems postuliert. Aus diesem Axiom lassen sich Bedingungen ableiten über die Art, wie sich physikalische Größen bei einer derartigen Koordinatentransformation transformieren:
Ein physikalisches Gesetz besteht immer darin, dass eine gewisse Anzahl k von physikalischen Größen X_i über eine mathematische Beziehung miteinander verknüpft sind. Diese Beziehung lässt sich immer auch als implizite Gleichung schreiben,

$$f(X_1, \ \dots \ , X_k) = 0 \tag{3.566}$$

Die Größen X_i sind i.a. Funktionen der Ortskoordinate $\overrightarrow{r}$. Das Axiom 9 verlangt nun, dass bei einer Drehung des Koordinatensystems $\overrightarrow{r} \rightarrow \overrightarrow{r^*}$ die mathematische Struktur dieser Gleichung 3.566 erhalten bleibt, dass also insbesondere gilt

$$\frac{\partial f(X_1, \ \dots \ , X_k)}{\partial X_i} = \frac{\partial f(X_1^*, \ \dots \ , X_k^*)}{\partial X_i^*} \ \ \forall \ i = 1, \ \dots \ , k \tag{3.567}$$

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Physikalische Vektoren* ist noch nicht verfügbar.)

3.2.7 Die Vereinheitlichung von Raum und Zeit (*)

Wir werden jetzt zum ersten Mal das im Abschnitt 3.2.1 formulierte Konzept des a priori vorgegebenen 3D-Anschauungsraums verlassen und uns mit der Denkweise vertraut machen, dass grundsätzlich auch gänzlich anders strukturierte Formulierungen einer physikalischen Theorie zulässig sind. Die Frage, *wieviele Dimensionen die reale Welt denn nun wirklich hat*, beantworten wir dabei völlig pragmatisch (vgl.

Kapitel 2.2). Glücklicherweise können wir uns im ersten nun folgenden Schritt darauf beschränken, die Anzahl der Koordinaten auf $N = 4$ zu erhöhen. Erst zum Ende dieses Kapitels werden wir uns dann - zumindest im Ansatz - an Theorien mit deutlich höheren Dimensionen heranwagen.

Die Experimente von Michelson und Morley (*)

Ziel der Untersuchungen von Michelson war es, experimentell zu bestätigen, dass der Messwert für die Lichtgeschwindigkeit von der Geschwindigkeit abhängt, mit der sich das benutzte Inertialsystem relativ zum Äther bewegt. Als Messinstrument benutzte er eine später nach ihm benannte lichtoptische Interferometer-Anordnung (s. Abschnitt 11.12.1), von der wir an dieser Stelle nur die Basisfunktion benötigen: Das Gerät misst den Laufzeitunterschied des benutzten Lichtes beim Hin- und Rücklauf entlang zweier senkrecht zueinander angeordneter Arme und zwar mit einer Messgenauigkeit, die einem gewissen Bruchteil der Schwingungszeit des benutzten Lichtes entspricht. Als relativ zum Äther bewegtes Inertialsystem benutzte Michelson die Erde. Diese bewegt sich mit einer Radialgeschwindigkeit von ziemlich genau $30 \cdot \frac{km}{s}$ um die Sonne, und ihre Eigenrotation führt am Äquator zu einer Radialgeschwindigkeit von $11 \cdot \frac{km}{s}$. Registriert man nun den in dem Interferometer auftretenden Laufzeitunterschied der in den beiden Armen laufenden Lichtstrahlen und dreht dabei das Interferometer um seine Achse, so erwartet man eine Oszillation dieses Messwertes mit einer Amplitude, die der aktuellen Relativgeschwindigkeit zwischen Erde und Äther entspricht. Nimmt man der Einfachheit halber zunächst einmal an, dass unsere Sonne relativ zum Äther ruht, dann sollte die Oszillationsamplitude je nach dem Messort auf der Erde und nach der Tageszeit einem Wert zwischen 20 und $40 \cdot \frac{km}{s}$ entsprechen. Bei einer Lichtgeschwindigkeit von $3 \cdot 10^5 \cdot \frac{km}{s}$ ist also eine relative Messgenauigkeit von deutlich besser als 10^{-4} erforderlich. Diese Messgenauigkeit lässt sich erreichen, sobald die Interferometerarme eine Länge von der Größenordnung $10^4 \cdot \lambda$ haben, bei der Verwendung von sichtbarem Licht also von etwa $5 \cdot mm$. Bereits in seinen ersten Experimenten hatte Michelson keine Probleme, diese Genauigkeit zu erreichen. Bei den darauf folgenden Wiederholungen und Verfeinerungen insbesondere durch Morley wurde sogar eine relative Messempfindlichkeit bzgl. der vermuteten Lichtgeschwindigkeitsoszillationen von 10^{-7} erreicht. Ergebnis all dieser Experimente war jedoch: Es konnte keine signifikante endliche Oszillation der Lichtgeschwindigkeit gemessen werden!

Ein Versuch, dennoch an dem Ätherkonzept festzuhalten, besteht in der Annahme, dass der Äther durch die Bewegung der Erde partiell mitgenommen wird, so dass dann unmittelbar an der Erdoberfläche die Relativgeschwindigkeit zwischen Erde und Äther in der Tat verschwindet. Dies setzt aber eine signifikante Reibung zwischen Äther und Erde voraus und damit einen Energieverlust, der sich in einer entsprechenden Dämpfung der Bewegung der Erde um sich selbst und um die Sonne dokumentieren müsste. Hierfür gibt es aber keinerlei experimentelle Anzeichen. Letztlich gab es daher keine erkennbare Alternative, die Summe dieser sorgfältig und ausreichend oft wiederholten Experimente musste dahin gehend interpretiert werden, dass sich die Lichtgeschwindigkeit nicht ändert, wenn man bei deren Messung zu einem Koordinatensystem überwechselt, dass sich gegenüber dem zunächst verwendeten mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.

Durch diese Experimente war die Gültigkeit des Axioms 7 wieder unangetastet. Dafür musste jetzt an anderer Stelle der Widerspruch in der bestehenden Theorie beseitigt werden. Da sich zumindest die Lichtgeschwindigkeit bei Wechsel des Koordinatensystems anders als gemäß der Gl. 3.563 transformiert, war jetzt offenbar, an welcher Stelle diese Korrektur ansetzen musste: Die Galilei-Transformation konnte nicht allgemein gültig sein!

Die Lorentz-Transformation (*)

Das Ergebnis der Experimente von Michelson und Morley lautete also einfach und klar. Wir formulieren es als Axiom:

Axiom 10 *Elektromagnetische Strahlung breitet sich im Vakuum in alle Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit aus, sofern man zu deren Messung ein Inertialsystem verwendet. Diese Aussage ist unabhängig davon, ob sich die Strahlungsquelle relativ zu diesem Inertialsystem bewegt oder nicht.*

Diese Formulierung impliziert, dass der Strahlungsdetektor in dem betrachteten Inertialsystem ruht! Wie wir sogleich sehen werden, können wir allein über diese Aussage und das Axiom 7 der Gleichwertigkeit aller Inertialsysteme bereits zu der gesuchten neuen Transformationsbeziehung gelangen, die an die Stelle der Galilei-Transformation treten wird. Bei den nun folgenden Überlegungen wird immer wieder der Begriff des *Ereignisses* eine zentrale Rolle spielen. Formal gesprochen verstehen wir hierunter ein Wertepaar $(\overrightarrow{r}; t)$, das jedem lokalisierbaren spontanen Vorgang, eben jedem *Ereignis*, zugeordnet werden kann.

Wir betrachten nun ein Lichtsignal, das sich zur Zeit $t = 0$ vom Ursprung eines Inertialsystems $\{\overrightarrow{r}\} = \{(x; y; z)\}$ beginnend mit der Geschwindigkeit c_0 in den Raum ausbreitet. Zur Zeit t bildet seine Signalfront eine Kugeloberfläche um den Ursprung mit der impliziten Darstellung

$$|\overrightarrow{r}|^2 - (c_0 \cdot t)^2 = 0 \tag{3.568}$$

Führen wir nun eine Koordinatentransformation in ein Inertialsystem

$$\left\{\overrightarrow{r^*}\right\} = \{(x^*; y^*; z^*)\} \tag{3.569}$$

durch, das sich relativ zum System $\{\overrightarrow{r}\}$ mit konstanter Geschwindigkeit $\overrightarrow{v}$ bewegt, dann muss auch in diesem System dieselbe Relation gelten, also

$$\left|\overrightarrow{r^*}\right|^2 - (c_0 \cdot t^*)^2 = 0 \tag{3.570}$$

Um die betrachteten Zusammenhänge nicht durch unwesentliche Zusatzterme zu verschleiern, haben wir uns wieder auf den Fall beschränkt, dass zur Zeit $t = t^* = 0$ der Ursprung der beiden Koordinatensysteme zusammenfällt. Wie der Leser sicherlich gemerkt hat, haben wir bei der Formulierung der beiden Gl. 3.568 und 3.570 zugelassen, dass sich zusammen mit der Ortskoordinate $\overrightarrow{r}$ auch die Zeitkoordinate t transformiert. Und wie der Leser sich am besten selber klar macht, kann nur so die Bedingung erfüllt werden, dass sich c_0 trotz der Transformation in das neue Inertialsystem nicht verändert. Bei der Suche nach der die Galilei-Transformation ersetzenden Transformationsbeziehung verwenden wir die experimentelle Erfahrung, dass erstere im bis dahin von der klassischen Mechanik erfassten Bereich sehr wohl mit den experimentelle Ergebnissen verträglich war und ist. M.a.W. sie kann nicht völlig falsch sein, sondern muss in der neuen Beziehung als Näherungslösung für gewisse noch näher zu definierende Bedingungen enthalten sein. Die Situation ist an dieser Stelle äquivalent zu derjenigen beim Übergang von der klassischen Mechanik zur Quantenmechanik (s. Abschnitt 7.2.8). An jener Stelle bezeichnet man diese Einbettungsbedingung der bisherigen in die gesuchte neue umfassendere Theorie als *Korrespondenzprinzip*. Ich sehe keinen Grund dafür, diese Formulierung nicht auch für die hier behandelte Problemstellung zu verwenden. Wir werden uns von nun an und b.a.w. auf den Fall beschränken, dass die Richtung der Geschwindigkeit $\overrightarrow{v}$ mit der x-Richtung des Koordinatensystems übereinstimmt, dass also die beiden betrachteten Koordinatensysteme sich nur entlang der x-Richtung von einander entfernen.

$$\overrightarrow{v} = (v \ ; \ 0 \ ; \ 0) \tag{3.571}$$

Wie man sich leicht überlegen kann, wird mit diesem Sonderfall dennoch bereits alles wesentliche erfasst. Denn jede anders strukturierte konkrete Situation kann durch eine **zeitunabhängige** Transformation eines der beiden Koordinatensysteme in die gerade genannte Situation umgewandelt werden. Den Grund, weshalb es sinnvoll ist, an dieser Stelle von der allgemeineren Vektordarstellung (im 3D-Raum !) abzugehen, werden wir insbesondere im Absatz *Der Minkowski-Raum* ab S. 251 verstehen lernen.

Um das geforderte Korrespondenzprinzip zu erfüllen, machen wir daher folgenden Ansatz:

$$\overrightarrow{r^*} = (\gamma \cdot x - v \cdot t \ ; \ y \ ; \ z) \tag{3.572}$$

$$t^* = f(t; \overrightarrow{r}; v) \tag{3.573}$$

Die Gl. 3.572 geht in die entsprechende Gl. der Galilei-Transformation über, sobald die Bedingung

$$|\gamma - 1| \cong 0 \tag{3.574}$$

erfüllt ist. Die in der Gl. 3.573 auftretende Funktion $f(t; \overrightarrow{r}; v)$ können wir an dieser Stelle noch nicht näher spezifizieren. Wir suchen eine möglichst einfach strukturierte Funktion, die die gestellten Anforderungen erfüllt. Wegen des Axioms 7 gilt für die umgekehrte Transformation

$$\overrightarrow{r} = (\gamma \cdot x^* + v \cdot t \ ; \ y^* \ ; \ z^*) \tag{3.575}$$

$$t = f(t^*; \overrightarrow{r^*}; -v) \tag{3.576}$$

wobei die Berechnungsvorschrift für γ in beiden Fällen identisch sein muss, und ebenso die mathematische Struktur der Umrechnungsvorschrift f von t nach t^* bzw. umgekehrt derjenigen von t^* nach t. Es wechselt lediglich die Geschwindigkeit $\overrightarrow{v}$ das Vorzeichen. Denn aus der Sicht des Systems $\left\{\overrightarrow{r^*}; t^*\right\}$ bewegt sich das System $\{\overrightarrow{r}; t\}$ mit $-\overrightarrow{v}$.

In Worten formuliert haben die beiden Gl. 3.572 und 3.573 folgende Bedeutung: Aus der Sicht eines im System $\{\overrightarrow{r}; t\}$ ruhenden Beobachters führt das System $\left\{\overrightarrow{r^*}; t^*\right\}$ eine Translationsbewegung mit der Geschwindigkeit $\overrightarrow{v}$ aus. Die Komponenten dieser Geschwindigkeit beziehen sich dabei auf das System $\{\overrightarrow{r}; t\}$. Gilt z.B.

$$\overrightarrow{v} = (v_x; 0; 0) \ \ ; \ \ v_x > 0 \tag{3.577}$$

so bewegt sich aus der Sicht dieses Beobachters der Ursprung des Systems $\left\{\overrightarrow{r^*}; t^*\right\}$ mit der Geschwindigkeit v_x in die **positive** x-Richtung. Ein **von ihm** detektiertes Ereignis hat **für ihn** im System $\{\overrightarrow{r}; t\}$ die Koordinaten $(\overrightarrow{r}, t)$ und im System $\left\{\overrightarrow{r^*}; t^*\right\}$ die Koordinaten $(\overrightarrow{r^*}; t^*)$, wie sie sich aus den Gl. 3.572 und 3.573 ergeben. Umgekehrt bewegt sich aus der Sicht eines im System $\left\{\overrightarrow{r^*}; t^*\right\}$ ruhenden Beobachters das System $\{\overrightarrow{r}; t\}$ mit der Geschwindigkeit $-\overrightarrow{v}$ relativ zum System $\left\{\overrightarrow{r^*}; t^*\right\}$. Ein **von ihm** detektiertes Ereignis hat **für ihn** im System $\left\{\overrightarrow{r^*}; t^*\right\}$ die Koordinaten $\left(\overrightarrow{r^*}, t^*\right)$und im System $\{\overrightarrow{r}; t\}$ die Koordinaten $(\overrightarrow{r}; t)$, wie sie sich aus den Gl. 3.575 und 3.576 ergeben. Zusammen genommen bilden diese 6 Gl. 3.568 bis 3.576 ein Gleichungssystem zur Bestimmung der Transformationsgleichungen

$$t^* = f(t, \overrightarrow{r}, v) \tag{3.578}$$

$$\overrightarrow{r^*} = f(t, \overrightarrow{r}, v) \tag{3.579}$$

sowie deren Umkehrung. Nach einigen algebraischen Umformungen (s. Aufgabe 20)erhalten wir

$$t^* = \frac{t - \frac{v \cdot x}{c_0^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{|\overrightarrow{v}|}{c_0}\right)^2}} \tag{3.580}$$

$$x^* = \frac{x - v \cdot t}{\sqrt{1 - \left(\frac{|\vec{v}|}{c_0}\right)^2}} \quad ; \quad y^* = y \quad ; \quad z^* = z \tag{3.581}$$

Diese Transformationsgleichungen wurden 1899 von *Hendrik Antoon Lorentz* (* 1853 in Arnheim/Niederlande; † 1928 in Haarlem/NL) vorgeschlagen ([11]). Sie erfüllen offensichtlich das oben geforderte Korrespondenzprinzip:

$$|v| \ll c_0 \;\Rightarrow\; t^* \approx t \;;\; x^* \approx x - v \cdot t \tag{3.582}$$

Wegen des Axioms 7 gelten dieselben Transformationsgleichungen für die Tranformation der Orts- und Zeitkoordinaten von dem System $\left\{\overrightarrow{r^*}; t^*\right\}$ in das System $\{\vec{r}; t\}$, wenn man nur die Geschwindigkeit v durch $-v$ ersetzt.

Ich möchte an dieser Stelle ein aus diesen Gleichungen resultierendes Detail heraus heben: In jedem Koordinatensystem ist eine Geschwindigkeit ausgezeichnet, nämlich die Geschwindigkeit $\vec{v} = \vec{0}$. Dieses Ergebnis werden wir u.a. im Abschnitt 3.3.3 benötigen, und es steht keinesfalls im Widerspruch z.B. zum Satz 101.

Es ist angebracht, noch einmal zu betonen, dass wir die Gl. 3.580 und 3.581 der Lorentz-Transformation ausschließlich aus der (experimentell belegten) Konstanz der Lichtgeschwindigkeit und aus dem Axiom 7 von der Gleichwertigkeit aller Inertialsysteme entwickelt haben. Wir haben sie nicht im streng logischen Sinne *bewiesen*, sondern sie in einer Weise entwickelt, wie wir es im Kapitel 2.2 von einer neuen erweiterten physikalischen Theorie gefordert haben: Sie soll mit allen bisher bekannten experimentellen Ergebnissen verträglich und im übrigen nicht unnötig kompliziert strukturiert sein. Daher haben wir den (relativ einfachen) Ansatz 3.572 formuliert und sodann bewiesen, dass er in der Lage ist, die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit gegenüber einem Wechsel des Inertialsystems zu reproduzieren, wenn nur die Bedingung 3.582 erfüllt ist. Aufgabe der Experimentalphysik war es danach, geeignete kritische Experimente zu ersinnen, durchzuführen und sodann zu prüfen, ob dieser Ansatz auch die hiermit erzielten **neuen** experimentellen Ergebnisse korrekt wiedergibt. Im Ergebnis sind bis heute keine Ergebnisse bekannt geworden, die zu diesen Gl. im Widerspruch stehen. Andererseits lassen sich aus diesen Gl., wie wir im Laufe dieses Abschnitts noch sehen werden, bereits einige wichtige Aussagen der sog. *speziellen Relativitätstheorie* herleiten.

Ich beende diesen Absatz mit dem Hinweis auf ein noch verbleibendes logisches Problem. Die spezielle Relativitätstheorie zeichnet eine Klasse von Bezugssystemen aus, nämlich die *Inertialsysteme*, die alle die Eigenschaft haben, dass sie relativ zueinander nicht beschleunigt sind. Wie aber erkennt man, ob ein Bezugssystem beschleunigt ist, wenn man noch kein Inertialsystem als Vergleichssystem zur Verfügung hat, von dem man also bereits **weiß**, dass es nicht beschleunigt ist? Die spezielle Relativitätstheorie hat die Festlegung eines **absolut ruhenden Raums** überflüssig gemacht, aber nicht die eines (absolut) **nicht beschleunigten** Raums! Wenn es aber keinen absoluten Raum gibt, lässt sich auch nicht die Beschleunigung eines Objektes oder eines Bezugssystems relativ zu ihm bestimmen. Auch die Beschleunigungen sind also nur relativ zu anderen Objekten definierbar. Es liegt daher nahe anzunehmen, dass die (absolute) Beschleunigung eines Objektes oder eines Bezugssystems definiert ist als die Beschleunigung relativ zu allen übrigen im Weltall vorhandenen Objekten. Um einen neuen logischen Widerspruch zu vermeiden, müssen letztere aber in der Lage sein, dem betrachteten Objekt ihre Existenz und Position mitzuteilen, sie müssen also mit diesem Objekt *in Wechselwirkung treten.* Die einzige Wechselwirkung, die zwischen **allen** Objekten auftritt (abgesehen von dem als *dunkle Energie* bezeichneten physikalischen Objekt, s. Abschnitt 10.3.6), ist die Gravitation. Bereits aus rein kinematischen Gründen muss also auf irgendeine Weise die Wirkung von Beschleunigungen, also die Trägheit, mit der Wirkung von Massen, also mit der Gravitation verknüpft sein. Diese Verknüpfung ist das Kernthema der im Abschnitt 3.2.10 behandelten *allgemeinen Relativitätstheorie.*

3.2.8 Die wichtigsten Aussagen der speziellen Relativitätstheorie (-)

Ich beginne diesen Abschnitt mit einigen Aussagen, die eine unmittelbare Folge der Lorentz-Transformation sind. Wir werden hierbei weiterhin 2 Inertialsysteme betrachten, die zur Zeit $t = 0$ identisch sind,

$$t = t^* = 0 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{r^*} = \overrightarrow{r} \tag{3.583}$$

und die sich danach mit der Geschwindigkeit $\overrightarrow{v}$ voneinander entfernen. Dabei ist unmittelbar einsichtig, dass für diese Geschwindigkeit die Bedingung

$$|\overrightarrow{v}| < c_0 \tag{3.584}$$

gelten muss. Anderenfalls wird z.B. der Betrag des transformierten Ortsvektors imaginär. Da jedem realen Objekt auch ein (ggflls zeitabhängiges) Ruhesystem zugeordnet werden kann, also ein (momentanes) Inertialsystem $\{\overrightarrow{r}; t\}$, in dem es zum Zeitpunkt t_1 ruht, ist klar, dass die Bedingung 3.584 auch für jede Geschwindigkeit eines realen Objektes gilt, und zwar für jedes beliebige Inertialsystem. Die Geschwindigkeit c_0 ist also die für jedes reale Objekt gültige Grenzgeschwindigkeit.

In den folgenden Absätzen wird es immer darum gehen zu klären, wie sich gewisse *Ereignisse* (s. Absatz *Lorentz-Transformation* auf S. 232) in diesen beiden Inertialsystemen dokumentieren. Um hierbei nicht die logische Orientierung zu verlieren, werden wir jeweils zunächst die experimentellen Bedingungen in beiden betrachteten Inertialsystemen präzise formulieren, danach die (gemeinsame) Transformation der Orts- und Zeitkoordinaten vornehmen und aus den so erzielten Ergebnissen unsere Schlussfolgerungen ziehen.

Der Abstand von Ereignissen (*)

Die grundlegende Veränderung, die die Lorentz-Transformation in unsere Vorstellungen von Raum und Zeit bringt, resultiert aus der nunmehr untrennbaren Verknüpfung dieser beiden Typen von Variablen $\overrightarrow{r}$ und t. Das führt u.a. dazu, dass auch