

Heft 15

ANHANG (-)

(XXX: Der Kopftext des Heftes *Anhang* ist noch nicht verfügbar.)

15.1 (Eigentlicher Anhang) (-/-).

(XXX: Der Text des Kapitels *Eigentlicher Anhang* ist noch nicht verfügbar.)

15.2 Lösungen der Aufgaben (-)

(XXX: Der Kopftext des Kapitels *Lösungen der Aufgaben* ist noch nicht verfügbar. Er wird auch den nachfolgenden Satz enthalten)

In den Beschreibungen der Lösungswege wird des öfteren folgendes potentielle Verständnis-Problem auftreten:

Wie allgemein üblich benutze ich auch an dieser Stelle für jede physikalische Einheit einen bestimmten Buchstaben als Kennzeichnung, z.B. den kleinen Buchstaben m als Kennzeichnung der physikalischen Größe *volumenbezogene Massendichte*. Zum anderen benötige bei der Angabe von konkreten Werten der relevanten physikalischen Größen auch eine Abkürzung für die benutzte Einheit. Es lässt sich häufig nicht vermeiden, dass eine Kennzeichnung für eine vorkommende Größe und eine Abkürzung für eine benutzte Einheit identisch sind. So steht z.B. der Buchstabe m einerseits für die *Massendichte* und andererseits für die Längeneinheit *Meter*. Und der Buchstabe A kann die Kennzeichnung einer Fläche sein, aber auch eine Abkürzung für die Einheit *Ampère* des elektrischen Stromes.

Normalerweise führt das nicht zu Verwirrungen. Bei den Lösungstexten zu den Aufgaben ist diesbezüglich jedoch besondere Aufmerksamkeit angebracht.

15.2.1 zu Heft 2: Die besondere Denkweise des Physikers (-)

Aufgabe 1

Teil (a): Wir gehen von einer mittleren Körpermasse eines Erwachsenen von $70 \cdot kg$ aus. Der angegebene Mindestbedarf an Energie wird nahezu vollständig in Wärme umgesetzt und an die Umgebung abgegeben. Den Zusammenhang zwischen

den beiden Leistungseinheiten W und $\frac{cal}{s}$ entnehmen wir einem Tabellenwerk, z.B. [8] aus Abschnitt 3. Also folgt

$$\begin{aligned} N &= \frac{1 \cdot kcal}{h \cdot kg_{\text{Körpermasse}}} \cdot \frac{70 \cdot kg_{\text{Körpermasse}}}{Mensch} \cdot \frac{1 \cdot W}{0,239 \cdot \frac{cal}{s}} \cdot \frac{10^3 \cdot cal}{1 \cdot kcal} \cdot \frac{1 \cdot h}{3,6 \cdot 10^3 \cdot s} \\ &= 81 \cdot \frac{W}{Mensch} \end{aligned} \quad (15.1)$$

Dieser beeindruckend hohe Wert macht z.B. verständlich, dass große Säle für mehrere 1000 Besucher im Winter schnell überheizt sind, wenn nicht mit dem Eintreffen der Besucher ausreichend schnell und deutlich die Leistung der Raumheizung gedrosselt wird, sei es manuell oder dank eines auch bei dieser starken Änderung der Störgrößen (s. Absatz S. 1921) verlässlich arbeitenden Regelungssystem für die Raumheizung.

Teil (b): Als Heizwert von Benzin nehmen wir den Mittelwert der im Kapitel 8.11 angegebenen Spannweite von Werten:

$$H(\text{Benzin}) \approx 42 \cdot \frac{MJ}{kg} \quad (15.2)$$

Den Energieverbrauch des Radfahrers von $1,4 \cdot kW$ wollen wir mit dem Verbrauch eines Kfz vergleichen. Hierzu schätzen wir den Wirkungsgrad des Kfz-Motors ab zu

$$\eta_{\text{Motor}} = \frac{\text{mech. Energie}}{\text{chem. Energie}} \approx 0,3 \quad (15.3)$$

Wenn eine mechanische Leistung von $1,4 \cdot kW$ bei einer Geschwindigkeit von $43 \cdot \frac{km}{h}$ bereitgestellt wird, ergibt sich bei einem Kfz-Motor ein Benzinverbrauch von

$$W = \frac{1,4 \cdot kW}{0,3} \cdot \frac{kg}{42 \cdot MJ} \cdot \frac{ltr}{0,87 \cdot kg} \cdot \frac{h}{43 \cdot km} \quad (15.4)$$

Diese Gl. multiplizieren wir nun wieder mit den geeigneten Ausdrücken vom Wert 1 :

$$\begin{aligned} W &= \frac{1,4 \cdot kW}{0,3} \cdot \frac{kg}{42 \cdot MJ} \cdot \frac{ltr}{0,87 \cdot kg} \cdot \frac{h}{43 \cdot km} \\ &\quad \cdot \frac{1 \cdot MJ}{10^6 J} \cdot \frac{1 \cdot J}{10^{-3} \cdot kW \cdot s} \cdot \frac{3,6 \cdot 10^3 \cdot s}{1 \cdot h} \\ &= 0,0107 \cdot \frac{ltr}{km} = 1,07 \cdot \frac{ltr}{100 \cdot km} \end{aligned} \quad (15.5)$$

Die "Maschine" (Mensch + Fahrrad) ist offensichtlich ein sehr sparsames "Kfz".

Aufgabe 2

Wir verwenden für die nachfolgende Abschätzung Werte, die den Anteil der Beleuchtung am gesamten Verbrauch eher über- als unterbewerten. Ein moderner Pkw hat bei einer konstanten Geschwindigkeit von $90 \cdot \frac{km}{h}$ einen Kraftstoffverbrauch in der Größenordnung $6 \cdot \frac{ltr}{100 \cdot km}$. Den Heizwert von Dieseldieselkraftstoff entnehmen wir dem Kapitel 8.11 und berücksichtigen noch dessen Dichte von etwa $0,87 \cdot \frac{kg}{ltr}$. Der Verbrauch an elektrischer Energie für die Beleuchtung (Abblendlicht+Rücklicht) beträgt etwa $2 \cdot (60 \cdot W + 20 \cdot W) = 160 \cdot W$. Den Wirkungsgrad des Motors schätzen wir ab zu

$$\eta_{\text{Motor}} = \frac{\text{mech. Energie}}{\text{chem. Energie}} \approx 0,3 \quad (15.6)$$

und den der Lichtmaschine zu 0,8. Insgesamt erzeugt demnach die Beleuchtung einen Treibstoffverbrauch von etwa

$$W_2 = \frac{160 \cdot W}{0,3 \cdot 0,8} \approx 0,7 \cdot kW \quad (15.7)$$

Dieser Zahlenwert ist zu vergleichen mit dem zur Aufrechterhaltung der Geschwindigkeit des Fahrzeugs erforderlichen Verbrauch von

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{6 \cdot ltr}{100 \cdot km} \cdot 90 \cdot \frac{km}{h} \cdot \frac{40,5 \cdot MJ}{kg} \cdot \frac{0,87 \cdot kg}{ltr} \\ &\quad \cdot \frac{1 \cdot W \cdot s}{1 \cdot J} \cdot \frac{10^6 \cdot J}{1 \cdot MJ} \cdot \frac{1 \cdot h}{3,6 \cdot 10^3 \cdot s} \\ &= 57 \cdot kW \end{aligned} \quad (15.8)$$

Das auf diese Weise abgeschätzte Verhältnis

$$\frac{W_2}{W_1} = 0,012 \quad (15.9)$$

zeigt, dass die Beleuchtung eines Kraftfahrzeugs dessen Kraftstoffverbrauch nicht signifikant erhöht.

Aufgabe 4

Auch bei dieser Aufgabe wird nach einer Energiebilanz gefragt, nämlich der Bilanz zwischen der benötigten zusätzlichen mechanischen Energie und der hierfür erforderlichen chemischen Energie in Form von Makkaroni:

$$\eta \cdot M_{\text{Makk.}} \cdot e = M_{\text{Mensch}} \cdot g \cdot \Delta z \Rightarrow \quad (15.10)$$

$$\begin{aligned} M_{\text{Makk.}} &= \frac{M_{\text{Mensch}} \cdot g \cdot \Delta z}{\eta \cdot e} = \frac{70 \cdot kg \cdot 9,81 \cdot \frac{m}{s^2} \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot m}{0,25 \cdot 7 \cdot 10^3 \cdot \frac{kJ}{kg} \cdot \frac{10^3 \cdot kg \cdot m^2}{1 \cdot kJ \cdot s^2}} \\ &= 1,6 \cdot kg \end{aligned} \quad (15.11)$$

Ein Radrennfahrer, der eine der sog. Königsetappen der Tour de France ohne einen körperlichen Zusammenbruch überstehen will, die hierfür erforderlichen zusätzlichen

Energiereserven dem Körper aber ausschließlich dadurch zuführen will, dass er am Abend vor dem Rennen eine Extraportion an Makkaroni mit Tomatensauce isst, muss etwa $1,6 \cdot kg$ an Makkaroni zusätzlich zu seinem üblichen Abendessen zu sich nehmen.

15.2.2 zu Heft 3: Mechanik (-)

Aufgabe 2

Die Venus ist einer der sog. inneren Planeten. Ihre Bahn verläuft in kürzerer Entfernung zur Sonne als die der Erde. Daher ist sie für einen Beobachter auf der Erde immer relativ nahe an der Sonne positioniert. Da die Planeten nur erkennbar sind, wenn die Sonne bereits (oder noch) hinter dem Horizont verschwunden ist, ist die Venus jeweils nur kurz nach Sonnenuntergang (Abendstern) oder kurz vor Sonnenaufgang (Morgenstern) sichtbar. Der maximale Winkel, der von den Objekten Venus/Erde/Sonne gebildet werden kann, ist gegeben, wenn der Winkel Venus/Sonne/Erde gerade $\frac{\pi}{2}$ beträgt. Es gilt daher

$$\sin(\alpha_{\max}) = \frac{\text{Abstand Venus/Sonne}}{\text{Abstand Erde/Sonne}} = \frac{0,723 \cdot AE}{1 \cdot AE} = 0,723 \Rightarrow \quad (15.12)$$

$$\alpha_{\max} = 13,3^\circ \quad (15.13)$$

Aufgabe 3

Wir betrachten eine beliebige natürliche Zahl n und beginnen die Beweisführung mit einer Fallunterscheidung:

(a) n ist nur durch sich selbst und durch 1 teilbar. Dann ist n per Definition eine Primzahl und steht daher nicht in Widerspruch zu der zu beweisenden Aussagen.

Wir können uns also jetzt auf den komplementären Fall beschränken:

(b) Es existiert zumindest eine natürliche Zahl $f_1 \in \check{\mathbb{N}}$, durch die n teilbar ist:

$$\frac{n}{f_1} = r_1 \in \check{\mathbb{N}} \quad (15.14)$$

An dieser Stelle führen wir erneut eine Fallunterscheidung durch:

(ba) r_1 ist nur durch sich selbst und durch 1 teilbar. Dann ist r_1 per Definition eine Primzahl und es gilt

$$n = f_1 \cdot r_1 \quad (15.15)$$

In diesem Fall brechen wir diese 1. Beweiskette ab und setzen den Beweis an der Stelle (E1) fort. Anderenfalls gilt:

(bb) Es existiert zumindest eine natürliche Zahl $f_2 \in \check{\mathbb{N}}$, durch die r_1 teilbar ist:

$$\frac{r_1}{f_2} = r_2 \in \check{\mathbb{N}} \quad (15.16)$$

Diese Folge von Beweisschritten mit Fallunterscheidung setzen wir solange fort, bis wir auf einer Alternative (b ... ba) angekommen sind. Dann haben wir gezeigt, dass gilt:

$$n = \prod_{i=1}^k f_i \tag{15.17}$$

In dieser Faktorzerlegung sind die Faktoren f_i noch nicht zwangsläufig Primzahlen. Wir betrachten nun in aufsteigender Folge von i die erste Zahl f_i , die keine Primzahl ist. An dieser Zahl führen wir nun nach der oben geschilderten konstruktiven Methode eine Faktorzerlegung durch. Danach führen wir dieselben Schritte mit den übrigen Zahlen f_i aus, die ebenfalls keine Primzahlen sind. In dem Produkt 15.17 ersetzen wir nun jede dieser Zahlen f_i durch sein nun gefundenes Zerlegungsprodukt. Danach prüfen wir, ob nun alle verwendeten Faktoren in Gl. 15.17 Primzahlen sind. Anderenfalls wiederholen wir den oben erläuterten Schritt. Im Endergebnis haben wir konstruktiv die Primzahlzerlegung von n gefunden. Die Eindeutigkeit dieser Zerlegung folgt unmittelbar aus der Reflexivität der Multiplikation in \mathbb{N} .

Aufgabe 4

In der vorgegebenen und "angelösten" Sudoku-Aufgabe wenden wir uns nun dem mit einem roten Kreis markierten Feld zu, das sich in dem mittleren Quadranten der linken Spalte befindet (s. Abb. 1). Für dieses Feld sind nur die Ziffern 1 oder 9 möglich. Wir nehmen die Ziffer 1 als richtig an. Dann folgen in der Reihenfolge der

		4				8		5
8						5	2	4
	5			8	4		9	
		2				4	5	7
3	4	1	5	6	7	1	8	2
5	7	8	1	4		3	6	1
	8		9	5			4	
		3	4			5		8
4		5						

Abb. 1 Bearbeitung der Sudoku-Aufgabe

eingezeichneten Pfeile die als kleine rote Ziffern eingetragenen Werte. Danach ist aber in der 3. Zeile von unten kein Platz mehr für eine 2. Auf Grund dieses Widerspruchs folgt, dass zu dem mit einem roten Kreis markierten Feld keine 1, sondern eine 9 gehört.

Aufgabe 5

(XXX: Der Lösungstext zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 7

Zu beweisen ist die Aussage, dass für die Summe der Quadrate der Richtungscosini gilt:

$$\left(\zeta_i^{(x)}\right)^2 + \left(\zeta_i^{(y)}\right)^2 + \left(\zeta_i^{(z)}\right)^2 = 1 \quad (15.18)$$

Wir betrachten hierzu die Abb. 7, aus der die definition dieser Größen unmittelbar zu erkennen ist.

(XXX: Der weitere Lösungstext zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 6

Gegeben sei also eine beliebige Untermenge $\mathbf{U} \subset M$. Enthält diese keine Randpunkte, gilt also

$$Rd(\mathbf{U}) = \mathbf{0} \quad (15.19)$$

so ist der Beweis der Aussage

$$Rd(Rd(\mathbf{U})) = \mathbf{0} \quad (15.20)$$

trivial. Denn es gilt auf Grund der Definition der Randmenge für jede beliebige Menge \mathbf{U}

$$Rd(\mathbf{U}) \subset \mathbf{U} \quad (15.21)$$

Wir nehmen also jetzt an, dass die Randmenge $Rd(\mathbf{U})$ zumindest aus einem Punkt R besteht. Um den Begriff der Randmenge unverändert zu bewahren, müssen wir für das Folgende die Menge $Rd(\mathbf{U})$ als Grundmenge interpretieren. Die jetzt betrachteten Umgebungen sind also offene Teilmengen dieser Menge $Rd(\mathbf{U})$. Dann aber ist die betrachtete Menge mit der Grundmenge identisch und demzufolge definitionsgemäß offen. Der Rand einer offenen Menge ist aber leer, q.e.d. .

Aufgabe 8

Es gilt zu beweisen, dass bei jeder Folge (x_n) , die gegen einen vorgegebenen Wert ξ konvergiert, die Folge $\left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right)$, die aus (x_n) über die Funktion $y = x^k$ entsteht, gegen den Wert $k \cdot \xi^{k-1}$ konvergiert. Hierzu wählen wir eine Folge

$$(x_n) = \xi + \frac{1}{n} \quad (15.22)$$

und berechnen zunächst die Folge

$$\begin{aligned}(y_n) &= \left(\xi + \frac{1}{n}\right)^k = \sum_{\nu=0}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu} \\ &= \xi^k + k \cdot \xi^{k-1} \cdot n^{-1} + \sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu}\end{aligned}\quad (15.23)$$

Daraus ergibt sich die Folge der Differenzenquotienten

$$\left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right) = k \cdot \xi^{k-1} + \sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu+1}\quad (15.24)$$

Die in diesem Ausdruck auftretende endliche Summe schätzen wir einerseits nach oben ab, indem wir jeden Summanden durch seinen Absolutwert ersetzen (Schwarzsche Ungleichung),

$$\sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu+1} \leq \sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot |\xi^{k-\nu}| \cdot n^{-\nu+1}\quad (15.25)$$

Den größten der $k-1$ Werte $|\xi^{k-\nu}| \cdot n^{-\nu+1}$ wollen wir mit M bezeichnen. Da $n > 1$, gilt offenbar

$$\sum_{\nu=2}^k \binom{k}{\nu} \cdot \xi^{k-\nu} \cdot n^{-\nu+1} \leq \frac{k-1}{n} \cdot M\quad (15.26)$$

Wählen wir nun zu einer beliebig vorgegebenen kleinen Zahl ε eine natürliche Zahl N derart, dass

$$N > \frac{M \cdot (k-1)}{\varepsilon}\quad (15.27)$$

so gilt:

$$n > N \Rightarrow \left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right) - k \cdot \xi^{k-1} < \varepsilon\quad (15.28)$$

D.h. die Folge

$$\left(\left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right) - k \cdot \xi^{k-1}\right)\quad (15.29)$$

ist eine Nullfolge. Wegen der Vollständigkeit des Körpers der reellen Zahlen gilt dann

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{y_n - y(\xi)}{x_n - \xi}\right) = k \cdot \xi^{k-1}\quad (15.30)$$

Aufgabe 11

Wir berechnen zunächst das Volumen des Torus. Hierzu geben wir die Darstellung seiner Mittellinie in einem ebenen Polarkoordinatensystem (ρ, φ) an, s. Abb. XXX (XXX: diese Abb. ist noch nicht verfügbar.) :

$$\rho(\varphi) = \text{const} = R \quad (15.31)$$

In der durch diesen Punkt $\rho(\varphi)$ und senkrecht zu seiner Mittellinie verlaufenden Ebene füllt der betrachtete Torus die Fläche

$$A(\varphi) = \text{const} = \pi \cdot r^2 \quad (15.32)$$

aus. Das Volumen des Torus beträgt daher (s. Gl. XXX)

$$V = \int_0^{2\pi} \pi \cdot r^2 \cdot R \cdot d\varphi = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^2 \cdot R \quad (15.33)$$

Als nächstes berechnen wir das Volumen eines Torusabschnitts der Höhe h , s. wieder Abb. XXX. Hierzu verwenden wir weiterhin die Darstellung der Mittellinie des Torus in der Form gem. Gl. 15.31 und berechnen zunächst die Fläche, die der Torusabschnitt in der durch den Punkt $\rho(\varphi; h'(\varphi) = h \cdot XXX)$ und senkrecht zu seiner Mittellinie verlaufenden Ebene ausfüllt. Diese Fläche bildet einen Kreisabschnitt des Kreises mit dem Radius r und der Höhe

$$A(\varphi) = \frac{r^2}{2} \cdot XXX$$

(XXX: Der weitere Lösungstext dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 16

Zur Reduzierung der Schreibearbeit setzen wir für die nachfolgenden Rechnungen o.B.d.A.

$$\vec{r}_0 = 0 \Rightarrow (\vec{r} - \vec{r}_0) = \vec{r} \quad (15.34)$$

Wir berechnen das gemischte Produkt

$$d\vec{v} * (\vec{v} \times \vec{r}) = a(\vec{r}) \cdot dt \cdot \vec{r} * (\vec{v} \times \vec{r}) = 0 \quad (15.35)$$

D.h. diese 3 Vektoren liegen in einer Ebene. Sofern also \vec{v} und \vec{r} nicht selbst schon kollinear sind, spannen diese beiden Vektoren die gesuchte Ebene auf. Anderenfalls ist diese Ebene zu einer Linie entartet, d.h. die Zentralbewegung verläuft entlang einer Linie.

Wir berechnen nun den Ausdruck

$$\frac{d}{dt}(\vec{v} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{r} + \vec{v} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = a(\vec{r}) \cdot (\vec{r} \times \vec{r}) + \vec{v} \times \vec{v} = 0 \quad (15.36)$$

Denn das Vektorprodukt eines jeden Vektors mit sich selbst verschwindet.

Aufgabe 18

Die Umlaufzeit des Jupiters um die Sonne ist mit $11,86 \cdot y$ wesentlich länger als die der Erde. Deswegen dürfen wir für die nachfolgende Diskussion die Position des Jupiters relativ zur Erde in 1. Näherung als konstant annehmen. Dann bewegt sich während des Beobachtungsjahres die Erde relativ zu der (annähernd) fixen Position von Sonne und Jupiter. Außerdem ist der Radius der Jupiterbahn ebenfalls groß gegen den der Erde, so dass wir die Entfernung zwischen Erde und Jupiter durch deren Projektion auf die Verbindungslinie Jupiter-Sonne annähern dürfen, s. Abb. XXX. (XXX: Diese Abb. ist noch nicht verfügbar.) In dieser Näherung beträgt die Entfernung Erde-Jupiter (s. wieder Abb. XXX)

$$a_{E-J} \approx R_J + R_E \cdot \sin \varphi \quad (15.37)$$

$$\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T_E} \quad (15.38)$$

Die Laufzeit des Lichtes vom Jupiter bis zur Erde ist aber

$$\tau = a_{E-J} \cdot c_0 \quad (15.39)$$

Jede Änderung dieser Laufzeit wird auf der Erde als zeitliche Verschiebung des zugehörigen Ereignisses beobachtet. c_0 ist die gesuchte Vakuum-Lichtgeschwindigkeit. Diese lässt sich damit aus der gemessenen Oszillationsamplitude errechnen,

$$c_0 = \frac{1,496 \cdot 10^{11} \cdot m}{499,0 \cdot s} = 2,998 \cdot 10^8 \cdot \frac{m}{s} \quad (15.40)$$

Die dieser Oszillation überlagerten Veränderungen der Io-Aufgänge resultieren aus den bei der bisherigen Näherung nicht berücksichtigten Effekten, insbesondere also aus der Jupiterbewegung relativ zur Erde.

Aufgabe 20

Die geometrische Konfiguration bei der Anwendung des Daumensprungverfahrens ist in der Abb. 2 skizziert: Die Entfernung zwischen den Augen und dem Daumen sei l , der Augenabstand a und die gesuchte Objektentfernung x . Die reale Daumenbreite sei b . Die alternative Peilung mit dem rechten bzw. linken Auge verschiebt den Daumen in der Objektebene um die Strecke y . Diese ist nicht direkt messbar, wohl aber das Verhältnis dieser Größe y zur scheinbaren Daumenbreite δy in derselben Ebene,

$$N = \frac{y}{\delta y} \quad (15.41)$$

Durch Anwendung des Strahlensatzes erhalten wir unmittelbar

$$\frac{N \cdot b}{x - l} = \frac{a}{x} \Rightarrow x = \frac{l}{1 - N \cdot \frac{b}{a}} \quad (15.42)$$

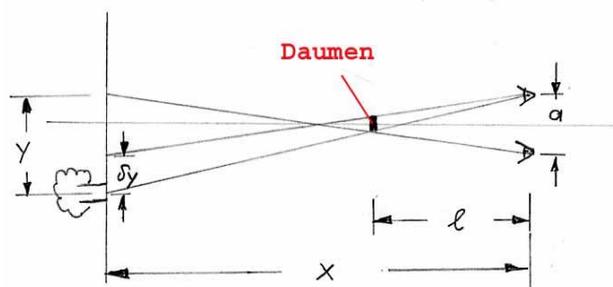


Abb. 2 Strahlengang beim sog. Daumensprungverfahren

Wenn

$$b \approx 2,5 \cdot \text{cm}; \quad a \approx 7,5 \cdot \text{cm}; \quad l \approx 0,5 \cdot \text{m} \quad \Rightarrow \quad (15.43)$$

$$x \approx \frac{0,5 \cdot \text{m}}{1 - \frac{N}{3}} \quad (15.44)$$

In dieser Einfachstversion ist die Methode offenbar nur zur Abschätzung relativ kurzer Entfernungen bis zu wenigen Metern geeignet. Anderenfalls wird der relative Fehler des Nenners in der Gl. 15.44 zu groß.

(XXX: Der Text zur Lösung des 2. Teils der Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 21

Wir eliminieren aus den beiden Gl. 3.581 und 3.584 die Variable \vec{r}^* und erhalten

$$\gamma \cdot \vec{r} - \gamma \cdot t \cdot \vec{v} = \frac{1}{\gamma} \cdot \vec{r} - t^* \cdot \vec{v} \quad \Rightarrow \quad (15.45)$$

$$t^* \cdot \vec{v} = \left(\frac{1}{\gamma} - \gamma\right) \cdot \vec{r} + \gamma \cdot t \cdot \vec{v} \quad (15.46)$$

Die Gl. multiplizieren wir auf beiden Seiten skalar mit \vec{v} :

$$t^* \cdot |\vec{v}|^2 = \left(\frac{1}{\gamma} - \gamma\right) \cdot \vec{r} * \vec{v} + \gamma \cdot t \cdot |\vec{v}|^2 \quad \Rightarrow \quad (15.47)$$

$$t^* = \gamma \cdot \left[t - \frac{\vec{r} * \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right) \right] \quad (15.48)$$

Wir berechnen hieraus den Ausdruck $(c_0 \cdot t^*)^2$:

$$(c_0 \cdot t^*)^2 = \gamma^2 \cdot c_0^2 \cdot t^2 - 2 \cdot t \cdot \gamma^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right) \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{r} * \vec{v} + \gamma^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)^2 \cdot |\vec{r}|^2 \quad (15.49)$$

sowie aus der Gl. 3.581

$$\left| \vec{r}^* \right|^2 = \gamma^2 \cdot |\vec{r}|^2 - 2 \cdot \gamma^2 \cdot t \cdot \vec{r} * \vec{v} + \gamma^2 \cdot t^2 \cdot |\vec{v}|^2 \quad (15.50)$$

und fassen diese beiden Ausdrücke zusammen:

$$\begin{aligned} \left| \vec{r}^* \right|^2 - (c_0 \cdot t^*)^2 &= |\vec{r}|^2 \cdot \left[\gamma^2 - \gamma^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \right] \\ &\quad - c_0^2 \cdot t^2 \cdot \left[\gamma^2 - \gamma^2 \cdot \frac{|\vec{v}|^2}{c_0^2} \right] \\ &\quad - 2 \cdot \gamma^2 \cdot t \cdot \vec{r} * \vec{v} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \right] \end{aligned} \quad (15.51)$$

Wegen der Gl. 3.577 und 3.579 muss aber gelten

$$\left| \vec{r}^* \right|^2 - (c_0 \cdot t^*)^2 = |\vec{r}|^2 - (c_0 \cdot t)^2 \quad (15.52)$$

D.h. es muss gelten

$$\left[\gamma^2 - \gamma^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \right] = \left[\gamma^2 - \gamma^2 \cdot \frac{|\vec{v}|^2}{c_0^2} \right] = 1 \quad (15.53)$$

$$\left[1 - \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^2 \cdot \frac{c_0^2}{|\vec{v}|^2} \right] = 0 \quad (15.54)$$

Wir schließen zunächst

$$\left[\gamma^2 - \gamma^2 \cdot \frac{|\vec{v}|^2}{c_0^2} \right] = 1 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|\vec{v}|^2}{c_0^2}}} \quad (15.55)$$

und stellen danach fest, dass unter dieser Bedingung die anderen beiden Beziehungen ebenfalls erfüllt sind.

Aufgabe 22

Wir benutzen die Beziehung

$$|\vec{v}_{Obj} - \vec{v}| \leq v_{Obj} + v \quad (15.56)$$

Zum Beweis der Ungl. 3.622 genügt es also, den Fall zu betrachten, in dem \vec{v}_{Obj} und \vec{v} dieselbe Richtung, aber entgegengesetzten Richtungssinn haben, so dass in der obigen Ungl. das Gleichheitszeichen gilt. Dann wird die Gl. 3.620 zu

$$v_{Obj}^* = \frac{v_{Obj} + v}{1 + \frac{v_{Obj} \cdot v}{c_0^2}} \quad (15.57)$$

Diese Funktion $v_{Obj}^*(v_{Obj}, v)$ ist monoton steigend bzgl. beider Variablen:

$$\frac{\partial v_{Obj}^*(v_{Obj}, v)}{\partial v} = \frac{\left(1 + \frac{v_{Obj} \cdot v}{c_0^2}\right) - (v_{Obj} + v) \cdot \frac{v_{Obj}}{c_0^2}}{\left(1 + \frac{v_{Obj} \cdot v}{c_0^2}\right)^2} = \frac{1 - \frac{v_{Obj}^2}{c_0^2}}{\left(1 + \frac{v_{Obj} \cdot v}{c_0^2}\right)^2} > 0 \quad (15.58)$$

Sie nimmt also z.B. bzgl. v_{Obj} ihren höchsten Wert bei $v_{Obj} \lesssim c_0$ an, nämlich

$$v_{Obj} \lesssim c_0 \quad \Rightarrow \quad v_{Obj}^* \approx \frac{c_0 + v}{1 + \frac{c_0 \cdot v}{c_0^2}} \approx \frac{c_0}{1} = c_0 \quad (15.59)$$

Eine analoge Aussage gilt für v . Damit aber ist bereits gesichert, dass

$$v_{Obj}^* \leq c_0 \quad \forall \quad v_{Obj}, v \leq c_0 \quad (15.60)$$

Aufgabe 23

Zur Beschreibung dieses zentralsymmetrischen Problems verwenden wir ein räumliches Polarkoordinatensystem (s. Abschnitt 3.1.15) und legen den Ursprung in den Schwerpunkt der Massenverteilung $m^*(\vec{r})$. Die Koordinate ρ dieses Systems legen wir in die zum Aufpunktvektor \vec{r} senkrechte Ebene. Dann ist der Winkel zwischen dem aktuell betrachteten Ortsvektor \vec{r}' der Massenverteilung $m^*(\vec{r})$ und dem Aufpunktvektor \vec{r} mit dem Winkel ϑ dieses Koordinatensystems identisch. Durch Einsatz der in Abschnitt 3.1.15 angegebenen Rechenregeln zur Integration in beliebigen Koordinatensystemen erhalten wir

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^{n+1}} \cdot \int_{V_0} m^*(\vec{r}') \cdot (r')^n \cdot P_n(\cos \vartheta) \cdot d^3 r' \\ &= \frac{1}{r^{n+1}} \cdot \int_{V_0} m^*(\rho) \cdot \rho^n \cdot P_n(\cos \vartheta) \cdot \rho^2 \cdot \sin \vartheta \cdot d\rho \cdot d\varphi \cdot d\vartheta \\ &= \frac{1}{r^{n+1}} \cdot \int_{\rho} m^*(\rho) \cdot \rho^{n+2} \cdot d\rho \cdot \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} d\varphi \cdot \int_{\vartheta=0}^{\vartheta=\pi} P_n(\cos \vartheta) \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta \quad (15.61) \end{aligned}$$

Das Integral über ϑ berechnen wir durch die Variablensubstitution

$$\cos \vartheta = z \quad \Rightarrow \quad \int_{\vartheta=0}^{\vartheta=\pi} P_n(\cos \vartheta) \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta = \int_{z=-1}^{z=+1} P_n(z) \cdot dz = 0 \quad \forall n > 0 \quad (15.62)$$

(s. Absatz *Die Legendre-Polynome* auf S. 673). Damit aber verschwinden die Integralterme in der Gl. 3.691 $\forall n > 0$, q.e.d. .

Aufgabe 24

In einem Inertialsystem, in dem der Billardtisch ruht, haben die Kugeln im Anfang die Geschwindigkeiten

$$v_1^{(a)} = v \ ; \ v_2^{(a)} = -v \quad (15.63)$$

Die Energie- und Impulserhaltung führt unabhängig von der Wahl des Inertialsystems auf die Beziehung

$$\left(v_1^{(a)}\right)^2 + \left(v_2^{(a)}\right)^2 = \left(v_1^{(e)}\right)^2 + \left(v_2^{(e)}\right)^2 \quad (15.64)$$

$$v_1^{(a)} + v_2^{(a)} = v_1^{(e)} + v_2^{(e)} \quad (15.65)$$

Unter den durch die Gl. 15.63 vorgegebenen Anfangsbedingungen gibt es daher für den Endzustand nur die Lösung

$$v_1^{(e)} = -v \ ; \ v_2^{(e)} = v \quad (15.66)$$

Die Geschwindigkeit beider Kugeln hat das Vorzeichen gewechselt. Der Energie- und Impulsübertrag von der Kugel (1) auf die Kugel (2) beträgt daher

$$\Delta E_{1 \rightarrow 2} = 0 \ ; \ \Delta P_{1 \rightarrow 2} = 2 \cdot m \cdot v \quad (15.67)$$

Für einen Beobachter, der relativ zum Billardtisch ruht, wird also bei diesem Prozess Impuls übertragen, aber keine Energie.

In einem Inertialsystem, in dem zu Beginn die Kugel (2) ruht, haben die Kugeln im Anfang die Geschwindigkeiten

$$v_1^{(a)} = 2 \cdot v \ ; \ v_2^{(a)} = 0 \quad (15.68)$$

Aus der Energie- und Impulserhaltung folgt nun

$$v_1^{(e)} = 0 \ ; \ v_2^{(e)} = 2 \cdot v \quad (15.69)$$

und für die Energie- und Impulsüberträge

$$\Delta E_{1 \rightarrow 2} = 2 \cdot m \cdot v^2 \ ; \ \Delta P_{1 \rightarrow 2} = 2 \cdot m \cdot v \quad (15.70)$$

Für einen Beobachter, der relativ zur Kugel (2) ruht, wird also zusätzlich zum Impuls auch Energie übertragen.

Die Antwort auf die Frage, ob bei diesem Prozess Energie von einer Kugel auf die andere übertragen wird oder nicht, ist also von der Wahl des Bezugssystems abhängig!

Aufgabe 25

Die Grenzggeschwindigkeit des Schiffes bei diesem Manöver wird genau dann erreicht, wenn die bis zum Zerreißen in dem Schiffstau gespeicherte Energie gleich der kinetischen Energie des Schiffes zu Beginn dieses Manövers ist:

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot E \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \varepsilon_{\max}^2 \cdot L \quad (15.71)$$

Daraus folgt

$$v_0 = \frac{D}{2} \cdot \varepsilon_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot E \cdot L}{M}} \quad (15.72)$$

Durch Einsetzen der im Aufgabentext genannten Zahlenwerte in die Gl. 15.72 erhalten wir

$$v_0 = \frac{20 \cdot \text{cm}}{2} \cdot 0,017 \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot 3 \cdot \text{kN} \cdot \text{mm}^{-2} \cdot 30 \cdot \text{m}}{4,5 \cdot 10^4 \cdot \text{t}}} = 0,14 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (15.73)$$

Damit also die Schiffstau bei diesem Anlegemanöver nicht reißen, muss das Kreuzfahrerschiff während des *Festmachens*, d.h. während der Phase der Fixierung durch diese Tauen bereits durch *eigene Kraft* bis auf eine minimale Restgeschwindigkeit im Bereich von wenigen $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ zum Stillstand gekommen sein.

Der Einsatz von Trossen, die wesentlich dicker sind als die hier angenommenen $20 \cdot \text{cm}$, ist nicht üblich. Die Bedingung 15.73 lässt sich daher primär dadurch etwas entschärfen, dass noch längere Trossen und insbesondere jeweils mehrere eingesetzt werden, s. Abb. 3. Es ist jedoch klar, dass ein Schiff dieser Größenordnung während seiner Liegezeit in einem Hafen nicht die geringste Geschwindigkeit z.B. als durch Wind und Wellen angeregte Dämpfungsbewegung aufnehmen darf, weil anderenfalls die Festmacher-Trossen nicht mehr in der Lage wären, diese Bewegung abzubremsen, ohne zu reißen.

Aufgabe 26

Diese Aufgabe hat die Struktur einer Fangfrage: Durch ein Abschmelzen der im Meer schwimmenden Eisberge alleine steigt der Meeresspiegel überhaupt nicht! Wegen des Archimedischen Prinzips (Gl. 3.931) verdrängt der Eisberg exakt die mit seiner eigenen Masse identische Masse an Wasser. Nach seinem eigenen Aufschmelzen benötigt daher die entstandene Menge an flüssigem Wasser exakt das vorher von ihm verdrängte Volumen.

Es ist das auf dem **Festland** vorhandene Gletschereis (im Hochgebirge und insbesondere auf Grönland und in der Antarktis), dessen Abschmelzen im Zuge des aktuellen Klimawandels das Ansteigen des Meeresspiegels bewirken wird. Glücklicherweise wird das in der Antarktis vorhandene Gletschereis auf Grund der besonderen klimatischen Verhältnis in dieser Region anfangs eher zunehmen als abnehmen.

Aufgabe 27



Abb. 3 Das Kreuzfahrtschiff MSC Armonia im Hafen von Istanbul
(Quelle: eigene Aufnahme des Autors v. 03.10.2008)

Als Kriterium für das Einhalten eines nicht zu großen Luftwiderstandes sehen wir die Bedingung an, dass die Strömung durch das Netz weitgehend laminar verläuft. Es muss also die Bedingung XXX (s. Absatz 3.3.16) gelten.

(XXX: Der weitere Lösungstext zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 28

Die Änderung des Winkels, unter dem ein Stern von der Erde aus im Laufe eines Jahres beobachtet wird, ist identisch mit der Änderung des Winkels, unter dem die Erde von diesem Stern aus erscheint. Dieser Winkel beträgt

$$\delta\alpha = \frac{d_{\text{Erdbahn}}}{a_{S-\alpha C}} = \frac{2 \cdot AE}{4,32 \cdot Lj} \cdot \frac{1,496 \cdot 10^{11} \cdot m}{1 \cdot AE} \cdot \frac{1 \cdot Lj}{9,46 \cdot 10^{15} \cdot m} = 7,32 \cdot 10^{-6} = 1,51'' \quad (15.74)$$

Zum Vergleich: Das (theoretische) Auflösungsvermögen des Hubble-Teleskops beträgt $0,1''$. Mit diesem Teleskop ist die Bewegung von Alpha-Centauri also noch detektierbar.

Aufgabe 29

Wir berechnen zunächst den an den beiden Extrempunkten auf der Erdoberfläche (äquaturnah und Mond-zugewandt bzw. äquaturnah und mondabgewandt)

auftretenden Unterschied in der Gravitationsbeschleunigung durch den Mond:

$$\begin{aligned}\Delta b_{\text{Mondgrav.}} &= \gamma \cdot M_{\text{Mond}} \cdot \left(\frac{1}{(R_{\text{Mondbahn}} - R_{\text{Erde}})^2} - \frac{1}{(R_{\text{Mondbahn}} + R_{\text{Erde}})^2} \right) \\ &\approx \gamma \cdot M_{\text{Mond}} \cdot \frac{4 \cdot R_{\text{Erde}}}{R_{\text{Mondbahn}}^3}\end{aligned}\quad (15.75)$$

Um die Zentrifugalkraft bestimmen zu können, berechnen wir zunächst die Lage des Schwerpunktes \vec{S}_{ME} des 2-Körper-Systems aus Erde und Mond innerhalb der Verbindungslinie Erde-Mond. Aus Gl. 3.697 folgt unmittelbar

$$\begin{aligned}a &= \frac{M_{\text{Mond}}}{M_{\text{Erde}} + M_{\text{Mond}}} \cdot R_{\text{Mondbahn}} = 1,22 \cdot 10^{-2} \cdot 3,84 \cdot 10^5 \cdot km \\ &= 4,67 \cdot 10^3 \cdot km\end{aligned}\quad (15.76)$$

a : Entfernung zw. \vec{S}_{ME} u. dem Erdmittelpunkt

\vec{S}_{ME} liegt also noch **innerhalb** der Erde. Die Rotation der Erde um diesen Punkt innerhalb der Periode von $29,5 \cdot d$ erzeugt an einem Ort auf Meeresspiegelniveau eine Zentrifugalbeschleunigung, die von der relativen Lage dieses Ortes relativ zur Position des Mondes abhängt, also mit einer Periode von knapp $24 \cdot h$ oszilliert. Sie wird extrem, wenn diese 3 Punkte auf einer Linie liegen. Solange dieser Schwerpunkt innerhalb der Erde liegt, ist diese Beschleunigung immer nach außen gerichtet, und der Unterschied der beiden Extremwerte beträgt

$$\Delta b_{\text{Rotation}} = \omega^2 \cdot 2 \cdot a \quad (15.77)$$

Wir bestimmen nun das Verhältnis dieser beiden beschleunigungen

$$\begin{aligned}\frac{\Delta b_{\text{Rotation}}}{\Delta b_{\text{Mondgrav.}}} &= \frac{\omega^2 \cdot 2 \cdot M_{\text{Mond}} \cdot R_{\text{Mondbahn}}^4}{(M_{\text{Erde}} + M_{\text{Mond}}) \cdot \gamma \cdot M_{\text{Mond}} \cdot 4 \cdot R_{\text{Erde}}} \\ &= \frac{\omega^2 \cdot R_{\text{Mondbahn}}^4}{2 \cdot \gamma \cdot (M_{\text{Erde}} + M_{\text{Mond}}) \cdot R_{\text{Erde}}}\end{aligned}\quad (15.78)$$

Die Kreisfrequenz ω dieser Rotation ist aber identisch mit der des Mondes um \vec{S}_{ME} . Für diese gilt aber

$$\omega^2 = \gamma \cdot \frac{M_{\text{Erde}}}{R_{\text{Mondbahn}}^3} \quad (15.79)$$

Der Ausdruck in Gl. 15.79 wird also zu

$$\frac{\Delta b_{\text{Rotation}}}{\Delta b_{\text{Mondgrav.}}} = \frac{M_{\text{Erde}} \cdot R_{\text{Mondbahn}}}{2 \cdot (M_{\text{Erde}} + M_{\text{Mond}}) \cdot R_{\text{Erde}}} = 29,8 \quad (15.80)$$

Nach dieser Rechnung unterscheiden sich also die beiden (angeblich) primär den jeweiligen Flutberg auslösenden Mechanismen in ihrer Stärke etwa um den Faktor 30.

Also sollten auch die hierdurch generierten Flutberge sich etwa um diesen Faktor unterscheiden!.M.a.W. es sollte im wesentlichen doch nur einen Flutberg pro Tag geben. Die genannte Hypothese muss also auch aus diesem Grunde falsch sein! Um so erstaunlicher ist es, dass diese Hypothese von vielen Wissenschaftlern ernsthaft vertreten wurde und wird. U.a. trug ein bekannter Astrophysiker diese Deutungs-Hypothese ca. 2007 in einer populärwissenschaftlichen deutschsprachigen Fernsehsendung vor.

Der Leser hat in dieser Aufgabe erneut ein Beispiel dafür gefunden, dass bereits das in diesem Lehrbuch vermittelte Wissen ausreicht, um so manche in der Öffentlichkeit vertretene Hypothese durch eigenes Nachdenken und Rechnen (!) zu überprüfen.

Aufgabe 30

Diese Aufgabe ist erneut eine Fangfrage: Da für die Höhendifferenz, um die die Last angehoben wird, nur die absolute Längendifferenz relevant ist, um die das Zugseil aus dem Flaschenzug herausgezogen wird, ist der Winkel, unter dem das Zugseil bei dieser Bewegung gehalten wird, für die erforderliche Kraft irrelevant.

Aufgabe 31

Um die gestellte Frage beantworten zu können, müssen wir den Inhalt an kinetischer Energie z.B. eines typischen Sturmtiefs mit dem Energiestrom vergleichen, der diesem über Windkraftanlagen entzogen werden kann. Ergebnis ist dann die Größenordnung einer Lebensdauer dieses Tiefdruckgebietes, die es haben würde, wenn neben den WKA-en keinerlei (natürliche) dissipative Prozesse existieren würden. Diese Lebensdauer können wir dann mit der realen typischen Lebensdauer von Tiefdruckgebieten (3 ... 4 Tage) vergleichen. Für diese Abschätzung ist keinesfalls ein mehr oder weniger offensichtlicher Weg vorgezeichnet. Es gilt, eine nicht zu komplizierte Abschätzung zu finden. Ich habe die nachfolgend beschriebene sehr einfache Vorgehensweise gewählt:

Bei der Berechnung der kinetischen Energie der bewegten Luftmassen wähle ich den (nur leicht überzogenen) Ansatz, dass sich die **gesamte** vertikale Luftschicht mit der mittleren Geschwindigkeit v bewegt:

$$E = A \cdot m_{\text{Atm}}^{(A)} \cdot \frac{v^2}{2} \quad (15.81)$$

A : Flächenausdehnung des Tiefdruckgebietes
 $m_{\text{Atm}}^{(A)}$: auf die Fläche bezogene Gesamtmasse der Erdatmosphäre

Als Orientierung werde ich mit dem Wert $v = 50 \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$ entsprechend $7 \cdot \text{Bft}$ (s. Abschnitt 3.4.4) rechnen.

Der Energiestrom, den eine (großräumige) Anordnung von WKA-en der At-

mosphäre entzieht, beträgt

$$\frac{dE}{dt} = A \cdot n_{\text{WKA}}^{(A)} \cdot N_{\text{WKA}} \quad (15.82)$$

$n_{\text{WKA}}^{(A)}$: Flächendichte der aufgestellten WKA-Anlagen

Die Leistung N_{WKA} der betrachteten WKA ist außer vom betrachteten Typ auch noch stark von der jeweiligen Windgeschwindigkeit abhängig. Ich werde den festen (optimistischen) Wert $N_{\text{WKA}} = 5 \cdot MW$ verwenden. außerdem werde ich zur Abschätzung der o.a. Lebensdauer die stark vereinfachende Beziehung

$$\tau \approx \frac{E}{\frac{dE}{dt}} \quad (15.83)$$

verwenden. Dann folgt

$$\tau \approx \frac{A \cdot m_{\text{Atm}}^{(A)} \cdot \frac{v^2}{2}}{A \cdot n_{\text{WKA}}^{(A)} \cdot N_{\text{WKA}}} = \frac{m_{\text{Atm}}^{(A)} \cdot v^2}{2 \cdot n_{\text{WKA}}^{(A)} \cdot N_{\text{WKA}}} \quad (15.84)$$

Als Abstand zwischen 2 großen WKA-en wird heute typischerweise der Wert $500 \cdot m$ gewählt entsprechend

$$n_{\text{WKA}}^{(A)} = \frac{4 \text{ Anlagen}}{(km)^2} \quad (15.85)$$

Auf diese Weise komme ich zu dem Ergebnis

$$\tau \approx \frac{4,9 \cdot 10^{18} \cdot kg \cdot 2,5 \cdot 10^3 \cdot \frac{(km)^2}{h^2}}{5,1 \cdot 10^8 \cdot (km)^2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot (km)^{-2} \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot W} = 13 \cdot h \quad (15.86)$$

Durch diese allerdings recht grob vereinfachende Näherungsrechnung komme ich zu dem Ergebnis, dass ein ausreichend großflächig installierter Park von Windkraftanlagen von einer Leistungsklasse, die der Obergrenze der aktuell technisch-kommerziell realisierbaren Anlagen entspricht, durchaus eine Chance hat, auch zur Abschwächung der sturmbedingten Schäden an der Natur und an den vom Menschen geschaffenen Anlagen und Einrichtungen einen Beitrag zu leisten. Dieses Ergebnis ist insbesondere deswegen etwas überraschend, weil eine WKA selbst bei einem Rotordurchmesser von $100 \cdot m$ momentan in der vertikalen Richtung nur einen Bruchteil der Luftschicht erfasst, da diese mehrere km dick ist.

Diese Vorgehensweise ist sicherlich in vielerlei Hinsicht angreifbar. Sie setzt z.B. voraus, dass sich die Dichte an kinetischer Energie innerhalb des betrachteten Tiefdruckgebietes hinter einer WKA ausreichend rasch wieder vertikal ausgleicht. Denn nur dann kann die in der lokalen Windrichtung nachfolgende WKA ebenfalls ihren Beitrag zur Reduzierung der kinetischen Energie des Tiefs leisten. Im entgegengesetzten Grenzfall würden die WKA eine bodennahe Schicht stark reduzierter

Windgeschwindigkeiten erzeugen. Dies würde aber auch (bzw. erst recht) das Schädigungspotenzial des Sturmtiefs reduzieren. B.a.w. halte ich also meine Behauptung aufrecht, dass die o.a. Abschätzung wenn auch sehr grob, aber dennoch in ihrer Größenordnung zulässig ist.

Falls der Leser eine alternative Vorgehensweise gefunden hat, würde ich mich über eine Mitteilung z.B. an meine e-mail-Adresse sehr freuen.

Zur Fragestellung, ob WKAs in der Lage sind, in einem bestimmten Gebiet die Gefahr von Sturmschäden signifikant zu reduzieren, gibt es eine Studie einer international zusammengesetzten Gruppe von Klimatologen, s. [50] im Heft 3, die an international anerkannten Forschungseinrichtungen tätig sind: dem MPI für Biogeochemie in Jena, der Universität Kansas, dem National Center for Atmospheric Research in Boulder/Co (USA), dem CNRS in Versailles und der Harvard University in Cambridge/Mass (USA). Sie bestimmten durch Simulationsrechnungen die Veränderung der im Staat Kansas aktuell auftretenden Windströmungen, wenn dieser "flächendeckend mit WKAs belegt wird: In Abständen, die dem aktuell als optimal angesehenen Wert entsprechen, werden in ganz Kansas WKAs der aktuell maximal verfügbaren Leistung installiert. Sie kommen zu dem Schluss, dass dann die Windströmungen derart stark ausgebremst werden, dass sich im Mittel nur noch eine erzeugte flächenbezogene Energiestromdichte von

$$\frac{J}{A} \sim 1 \cdot \frac{W}{m^2} \quad (15.87)$$

ergibt. Ich will nun nicht etwa die Seriösität dieser Arbeit anzweifeln oder auch nur die Zuverlässigkeit des durch diese Arbeit erzielten Ergebnisses 15.87. Ich weise nur darauf hin, dass es sehr leicht grundfalsch interpretiert werden kann und auch wird, s. z.B. XXX:

Dieses Ergebnis besagt nämlich gerade nicht, dass in Gegenden wie Kansas, übrigens eine Region, die für häufig auftretenden Starkwinde bekannt ist (Tornado-Valley), die Installation einer größeren Anzahl von WKAs keinen Sinn macht, weil bezogen auf die von den WKAs eingenommene Fläche nur eine Energiestromdichte gem. Gl. 15.87 zu erwarten ist. Wie die Messdaten der z.B. in Deutschland bereits installierten WKAs zeigen, ist der hieraus abgeleitete Wert etwa um den Faktor 10 größer. Das Ergebnis dieser Forschergruppe besagt nur, dass es keinen Sinn macht, es mit der Anzahl der installierten WKAs zu übertreiben.

Von der Lobby der Windkraftgegner (z.B. den Befürwortern der Energieerzeugung aus Kernreaktoren) wurde und wird dieses Ergebnis jedoch begierig für ihre Zwecke benutzt.

Aufgabe 32

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Mechanik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.3 zu Heft 4: Elektrostatik (-)

Aufgabe 1

Das 1. Gruppen-Axiom lautet jetzt

$$z_1, z_2 \in \hat{\mathbf{C}} \Rightarrow z_1 \circ z_2 \in \hat{\mathbf{C}} \quad (15.88)$$

Diese Aussage ergibt sich unmittelbar aus der analogen Aussage für den \mathbb{R}^1 . Das 2. Gruppen-Axiom

$$(z_1 \circ z_2) \circ z_3 = z_1 \circ (z_2 \circ z_3) \quad (15.89)$$

beweisen wir durch Nachrechnen:

$$\begin{aligned} (z_1 \circ z_2) \circ z_3 &= (x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2; x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1) \circ (x_3; y_3) \\ &= (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - x_3 \cdot y_1 \cdot y_2 - x_1 \cdot y_2 \cdot y_3 - x_2 \cdot y_1 \cdot y_3; \\ &\quad x_1 \cdot x_2 \cdot y_3 - y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 + x_1 \cdot x_3 \cdot y_2 + x_2 \cdot x_3 \cdot y_1) \end{aligned} \quad (15.90)$$

$$\begin{aligned} z_1 \circ (z_2 \circ z_3) &= (x_1; y_1) \circ (x_2 \cdot x_3 - y_2 \cdot y_3; x_2 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_2) \\ &= (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot y_2 \cdot y_3 - x_2 \cdot y_1 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_1 \cdot y_2; \\ &\quad x_1 \cdot x_2 \cdot y_3 + x_1 \cdot x_3 \cdot y_2 + x_2 \cdot x_3 \cdot y_1 - y_1 \cdot y_2 \cdot y_3) \end{aligned} \quad (15.91)$$

Diese beiden Ausdrücke sind aber - bis auf die Reihenfolge innerhalb der Summen (durchzuführen im Bereich der reellen Zahlen) - identisch. Das 3. Gruppen-Axiom ist das Kommutativgesetz

$$z_1 \circ z_2 = z_2 \circ z_1 \quad (15.92)$$

Dessen Gültigkeit erkennt man wieder unmittelbar aus der Definition 119. Das 4. Gruppen-Axiom verlangt für je 2 komplexe Zahlen z_1 und z_2 die immer eindeutige Lösung der Gleichung

$$z_1 \circ z_3 = z_2 \quad (15.93)$$

Wir multiplizieren diese Gl. auf beiden Seiten mit der immer eindeutig definierten komplexen Zahl z_1^* :

$$z_1^* \circ z_1 \circ z_3 = z_1^* \circ z_2 \Rightarrow \quad (15.94)$$

$$|z_1|^2 \cdot z_3 = z_1^* \circ z_2 \Rightarrow$$

$$z_3 = \frac{1}{|z_1|^2} \cdot z_1^* \circ z_2 \quad (15.95)$$

Der auf der rechten Seite dieser Gl. stehende Ausdruck ist immer eindeutig definiert. Damit ist das Axiom bewiesen, und die Division komplexer Zahlen ist auf die Division reeller Zahlen zurückgeführt. Das Distributivgesetz

$$z_1 \circ (z_2 + z_3) = z_1 \circ z_2 + z_1 \circ z_3 \quad (15.96)$$

beweisen wir wieder durch Nachrechnen:

$$\begin{aligned} z_1 \circ (z_2 + z_3) &= (x_1; y_1) \circ (x_2 + x_3; y_2 + y_3) \\ &= (x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - y_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot y_3; x_1 \cdot y_2 \\ &\quad + x_1 \cdot y_3 + x_2 \cdot y_1 + x_3 \cdot y_1 \end{aligned} \quad (15.97)$$

$$\begin{aligned} z_1 \circ z_2 + z_1 \circ z_3 &= (x_1; y_1) \circ (x_2; y_2) + (x_1; y_1) \circ (x_3; y_3) \\ &= (x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2; x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1) \\ &\quad + (x_1 \cdot x_3 - y_1 \cdot y_3; x_1 \cdot y_3 + x_2 \cdot y_3) \\ &= (x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 - y_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot y_3; x_1 \cdot y_2 \\ &\quad + x_1 \cdot y_3 + x_2 \cdot y_1 + x_3 \cdot y_1 \end{aligned} \quad (15.98)$$

Aufgabe 3

Die äußeren elektrischen bzw. Gravitations-Potenziale eines rotationssymmetrischen Körpers (Gl. 4.168 bzw. 3.673) betragen

$$\varphi_{el.}(r) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \quad ; \quad \varphi_{grav.}(r) = -\gamma \cdot \frac{M}{r} \quad (15.99)$$

Die Annäherung des 2. Körpers auf den Abstand R ist daher mit einer Energieänderung verbunden von

$$\Delta E_{el} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{R} \quad ; \quad \Delta E_{grav.} = -\gamma \cdot \frac{M^2}{R} \Rightarrow \quad (15.100)$$

$$\frac{\Delta E_{el}}{\Delta E_{grav.}} = -\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \gamma} \cdot \left(\frac{Q}{M}\right)^2 \quad (15.101)$$

Setzen wir nun die Zahlenwerte für ε_0 und γ ein, so erhalten wir

$$\left| \frac{\Delta E_{el}}{\Delta E_{grav.}} \right| \approx 10^{20} \cdot \left(\frac{kg}{Cb}\right)^2 \cdot \left(\frac{Q}{M}\right)^2 \quad (15.102)$$

Um dieses Ergebnis in seiner Bedeutung einordnen zu können, betrachten wir als erstes das Beispiel 2-er Protonen. Für diese Elementarteilchen gilt

$$\left(\frac{Q}{M}\right) = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot Cb}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot kg} \approx 10^{-8} \cdot \frac{Cb}{kg} \quad (15.103)$$

Für 2 Protonen gilt also

$$\left| \frac{\Delta E_{el}}{\Delta E_{grav.}} \right| \approx 10^4 \quad (15.104)$$

Die elektrostatische Wechselwirkungsenergie liegt also bei Protonen um etwa 4 Größenordnungen über der der Gravitationswechselwirkung. Für Elektronen ist dieses Verhältnis noch einmal um mehr 2 Größenordnungen höher. Die Gravitations-Wechselwirkung ist also in der Physik der Atome und der Elementarteilchen ohne Bedeutung. Sie zeigt ihre Wirkung erst bei massereichen, aber elektrisch nahezu neutralen Körpern, bei denen erst auf mehr als 10^4 Nukleonen (Protonen oder Neutronen) eine elektrische Elementarladung im Überschuss auftritt. Bei einem Material mittlerer Atommasse (von z.B. $50 \cdot \frac{g}{Mol}$) entspricht dies etwa 1 Überschuss- (oder Unterschuss-)Elektron auf 200 Atome.

Aufgabe 4

Wir verwenden insbesondere die Eigenschaft der Wirbelfreiheit elektrostatischer Felder bzw. die daraus resultierende Gl. 3.436. Als Integrationsweg wählen wir zunächst den Verlauf einer Feldlinie, die von der Außenseite der einen Kondensatorplatte ausgeht und durch den Außenbereich des Kondensators verläuft, bis sie schließlich auf die Außenseite der anderen Kondensatorplatte auftrifft. Aus Symmetriegründen liegt dieser Punkt dem gewählten Startpunkt der Integration genau gegenüber. Danach vervollständigen wir den Integrationsweg zu einer in sich geschlossenen Kurve, indem wir innerhalb des Kondensators die Feldlinie auswählen, die diesen Punkt geradlinig mit dem Startpunkt verbindet, s. hierzu Abb. XXX. (XXX: Diese Abb. ist noch nicht verfügbar.)

Bei der Wahl dieses Integrationsweges ist sowohl im Außenbereich des Kondensators als auch in dessen Inneren das elektrische Feld immer parallel zum Linienelement des Integrationsweges orientiert, es wechselt jedoch relativ zur Richtung des gewählten Integrationsweges das Vorzeichen. Es gilt also einfach

$$\oint_{\mathfrak{S}} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) \bullet \vec{ds} = \oint_{\mathfrak{S}_{\text{außen}}} |\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})| \cdot ds - \oint_{\mathfrak{S}_{\text{innen}}} |\vec{\mathcal{E}}(\vec{r})| \cdot ds \quad (15.105)$$

Wir ersetzen nun in jedem dieser beiden Teilintegrale den Betrag $\mathcal{E}(\vec{r})$ des elektrischen Feldes durch seinen entlang dieses Integrationswegs gebildeten Mittelwert. Dann gilt einfach

$$\oint_{\mathfrak{S}} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) \bullet \vec{ds} = \langle \mathcal{E}_{\text{außen}} \rangle_{\mathfrak{S}_{\text{außen}}} \cdot s_{\text{außen}} - \langle \mathcal{E}_{\text{innen}} \rangle_{\mathfrak{S}_{\text{innen}}} \cdot s_{\text{innen}} \quad (15.106)$$

Wegen der Wirbelfreiheit muss daher gelten

$$\langle \mathcal{E}_{\text{außen}} \rangle_{\mathfrak{S}_{\text{außen}}} = \langle \mathcal{E}_{\text{innen}} \rangle_{\mathfrak{S}_{\text{innen}}} \cdot \frac{s_{\text{innen}}}{s_{\text{außen}}} \quad (15.107)$$

Die Länge s_{innen} ist identisch mit dem Plattenabstand d . Die Feldstärke im Inneren des Kondensators ist unabhängig von der Ortskoordinate, wir können also auf den

Mittelungsprozess verzichten. Für die Länge $s_{\text{außen}}$, die sich stark mit der Lage des Startpunktes auf der (kreisförmigen) Plattenfläche ändert, lässt sich kein einfacher analytischer Ausdruck angeben. Wir begnügen uns damit, diese Länge sehr grob abzuschätzen. Hierzu ersetzen wir das reale Bild der Feldlinienverteilung im Außenbereich durch die in der Abb. XXX angedeutete Verteilung: Alle von der positiv geladenen Kondensatorplatte nach außen gerichteten Feldlinien verbleiben in einem sich um die Kondensatorplatten schmiegenden Torus, dessen Querschnittsfläche überall den gleichen Inhalt aufweist. Der Abstand des Startpunktes der Feldlinie von dem Rand der Kreisfläche sei ρ . Dann hat $s_{\text{außen}}$ den Näherungswert (s. wieder Abb. XXX)

$$s_{\text{außen}} = 2 \cdot \pi \cdot \rho + d \quad (15.108)$$

Damit wird Gl. 15.107 zu

$$\langle \mathcal{E}_{\text{außen}} \rangle_{\mathfrak{E}_{\text{außen}}} = \mathcal{E}_{\text{innen}} \cdot \frac{d}{2 \cdot \pi \cdot \rho + d} = \mathcal{E}_{\text{innen}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho} \quad (15.109)$$

Die im Inneren des Kondensators gespeicherte Feldenergie beträgt (s. Gl. 4.187)

$$E_{\text{innen}} = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d \cdot \pi \cdot R^2 \quad (15.110)$$

Die im Außenbereich gespeicherte Feldenergie ergibt sich im Rahmen der getroffenen Näherungen zu

$$E_{\text{außen}} = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \int_{\text{Torusvolumen}} \langle \mathcal{E}_{\text{außen}}^2 \rangle_{\mathfrak{E}_{\text{außen}}} \cdot d^3 r \approx \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \int_{\text{Torusvolumen}} (\langle \mathcal{E}_{\text{außen}} \rangle_{\mathfrak{E}_{\text{außen}}})^2 \cdot d^3 r \quad (15.111)$$

D.h. wir haben den Mittelwert $\langle \mathcal{E}^2 \rangle$ durch den Ausdruck $\langle \mathcal{E} \rangle^2$ ersetzt. Wie wir später noch eingehend diskutieren werden (s. Gl. 7.270) ist dies i.a. nicht zulässig und kann zu drastischen Fehlern führen (s. insbes. Abschnitt 7.18.3). An dieser Stelle ist der Fehler jedoch nur moderat, weil die bereits getroffene Näherung des kreissymmetrischen Torus für das vom dem Außenfeld eingenommene Volumen bewirkt, dass sich der Betrag des Feldes $\mathcal{E}_{\text{außen}}$ entlang einer Feldlinie nur geringfügig verändert. Mit dieser Näherung können wir nun die Energie $E_{\text{außen}}$ unmittelbar angeben:

$$E_{\text{außen}} = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \iint_{z=0; \rho=0}^{2 \cdot \pi \cdot R; \frac{R}{2}} \frac{\mathcal{E}_{\text{innen}}^2}{\left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho\right)^2} \cdot d \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho\right) \cdot d\rho \cdot dz \quad (15.112)$$

Zur Integration entlang der Torusachse haben wir eine weitere Vereinfachung vorgenommen: Wir haben den Torus gedanklich zu einem Rundzylinder der Länge $2 \cdot \pi \cdot R$ abgewickelt (und dabei leicht deformiert), so dass sich die Integration über die 3.

Koordinate zu einer Multiplikation mit dieser Länge reduziert:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{außen}} &= \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \iint_{z=0; \rho=0}^{2 \cdot \pi \cdot R; \frac{R}{2}} \frac{\mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d}{\left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho\right)} \cdot d\rho \cdot dz = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \int_0^{\frac{R}{2}} \frac{d\rho}{\left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \rho\right)} \\
 &= \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \frac{d}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left(1 + \frac{2 \cdot \pi}{d} \cdot \frac{R}{2}\right) \\
 &= \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \mathcal{E}_{\text{innen}}^2 \cdot d^2 \cdot R \cdot \ln \left(1 + \pi \cdot \frac{R}{d}\right) \quad (15.113)
 \end{aligned}$$

Durch Vergleich mit der Gl. 15.110 erhalten wir das Ergebnis

$$E_{\text{außen}} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{d}{R} \cdot \ln \left(1 + \pi \cdot \frac{R}{d}\right) \cdot E_{\text{innen}} \quad (15.114)$$

Wir schätzen also den in der Gl. 4.250 eingeführten Geometriefaktor ab zu

$$g \approx 1 + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{d}{R} \cdot \ln \left(1 + \pi \cdot \frac{R}{d}\right) \quad (15.115)$$

Sobald also bei einem Plattenkondensator die Plattengröße \sqrt{A} deutlich größer ist als der Plattenabstand d , trägt die im Außenbereich des Kondensators gespeicherte Feldenergie nur minimal zu der Gesamtenergie bei. Um dies zu erreichen, bedarf es also nicht einmal zusätzlicher konstruktiver Maßnahmen (Zusatzabschirmung o.ä.).

Aufgabe 5

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Elektrostatik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.4 zu Heft 5: Magnetostatik (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Magnetostatik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.5 zu Heft 6: Elektrodynamik (-/-)

Aufgabe 2

(XXX: Der Lösungstext zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Elektrodynamik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.6 zu Heft 7: Quantenmechanik (-)

Aufgabe 2

Bei der Annäherung eines mit der Ladung $-Q_0$ belegten Teilchens (des Elektrons) an das mit der Ladung $+Q_0$ belegte Teilchen (das Proton) bis auf einen mittleren Abstand R wird dem elektrischen Feld eine Energie entzogen von (Gl. 4.168)

$$\Delta E_{\text{el.Feld}} = \frac{-1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_0^2}{R} \quad (15.116)$$

Die Lokalisationsenergie des Elektrons schätzen wir wie folgt ab:

$$E_{\text{Lok}} = 3 \cdot \Delta E_x \approx 3 \cdot \frac{\Delta P^2}{2 \cdot M_{\text{Elektron}}} \approx 3 \cdot \frac{\hbar^2}{8 \cdot M_{\text{Elektron}} \cdot R^2} \quad (15.117)$$

Die Gesamtenergie beträgt dann

$$E = \Delta E_{\text{el.Feld}} + E_{\text{Lok}} = \frac{3 \cdot \hbar^2}{8 \cdot M_{\text{Elektron}} \cdot R^2} - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_0^2}{R} \quad (15.118)$$

Wir berechnen nun das Minimum dieser Funktion $E = E(R)$:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dR} &= \frac{-6 \cdot \hbar^2}{8 \cdot M_{\text{Elektron}} \cdot R^3} + \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_0^2}{R^2} \\ &= \frac{1}{4 \cdot R^2} \cdot \left(\frac{Q_0^2}{\pi \cdot \varepsilon_0} - \frac{3 \cdot \hbar^2}{M_{\text{Elektron}} \cdot R} \right) = 0 \end{aligned} \quad (15.119)$$

$$\Rightarrow R_0 = \frac{3 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \hbar^2}{Q_0^2 \cdot M_{\text{Elektron}}} \quad (15.120)$$

Diesen Wert setzen wir nun in die Gl. 15.118 ein,

$$\begin{aligned} E_0 &\approx \frac{3 \cdot \hbar^2 \cdot Q_0^4 \cdot M_{\text{Elektron}}^2}{8 \cdot M_{\text{Elektron}} \cdot (3 \cdot \hbar^2)^2 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0^2} - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_0^2 \cdot Q_0^2 \cdot M_{\text{Elektron}}}{3 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \hbar^2} \\ &= \frac{Q_0^4 \cdot M_{\text{Elektron}}}{24 \cdot \hbar^2 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0^2} - \frac{Q_0^4 \cdot M_{\text{Elektron}}}{12 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \hbar^2} = -\frac{Q_0^4 \cdot M_{\text{Elektron}}}{24 \cdot \hbar^2 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon_0^2} \end{aligned} \quad (15.121)$$

Durch Einsetzen der Naturkonstanten in die Gl. 15.120 bzw. Gl. 15.121 erhalten wir

$$R_0 = 3,97 \cdot 10^{-2} \cdot nm ; E_0 = 18,1 \cdot eV \quad (15.122)$$

Die heute als zutreffend akzeptierten Werte für das Wasserstoffatom im Grundzustand sind

$$\text{Literaturwerte: } R_0 = 5,3 \cdot 10^{-2} \cdot nm ; E_0 = 13,6058 \cdot eV \quad (15.123)$$

Wir sehen, dass allein die Berücksichtigung der Unschärferelation uns bereits in die Lage versetzt hat, die physikalischen Daten des Grundzustands des H-Atoms relativ gut abzuschätzen. Wir können dieses Ergebnis auch dahin gehend interpretieren, dass wir hiermit bereits im Grundsatz verstanden haben, warum und wie Elektronen und Nukleonen sich zu stabilen Atomen zusammen fügen.

Aufgabe 3

(a) Es sind also die Funktionen

$$f_i(x) = x^i ; i \geq 0 \quad (15.124)$$

mit Hilfe des Schmidtschen Orthonormierungsverfahrens umzurechnen. Der Übersichtlichkeit halber führen wir die Umrechnungsvorschrift noch einmal an:

$$|k_0^{(o.n.)}\rangle = \frac{|k_0\rangle}{\sqrt{\langle k_0 | k_0 \rangle}} \quad (15.125)$$

$$|k_i^\perp\rangle = |k_i\rangle - \sum_{j=0}^{i-1} \langle k_i | k_j^{(o.n.)} \rangle \cdot |k_j^{(o.n.)}\rangle ; i = 1, \dots, N \quad (15.126)$$

$$|k_i^{(o.n.)}\rangle = \frac{|k_i^\perp\rangle}{\sqrt{\langle k_i^\perp | k_i^\perp \rangle}} \quad (15.127)$$

(Da wir die Potenzen ab $i = 0$ zählen wollen, habe ich den Laufindex i in der Gl. 15.126 gleich entsprechend angepasst.)

Wir beginnen die konkrete Rechnung mit dem 0-ten Element

$$\langle k_0 | k_0 \rangle = \int_{-1}^{+1} (x^0)^2 \cdot dx = 2 \Rightarrow |k_0^{(o.n.)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (15.128)$$

Das nachfolgende 1. Element berechnet sich wie folgt:

$$\langle k_1 | k_0^{(o.n.)} \rangle = \int_{-1}^{+1} x^1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot dx = 0 \Rightarrow \quad (15.129)$$

$$|k_1^\perp\rangle = x \Rightarrow \quad (15.130)$$

$$|k_1^{(o.n.)}\rangle = \frac{x}{\sqrt{\int_{-1}^{+1} x^2 \cdot dx}} = \frac{x}{\sqrt{\frac{2}{3}}} \quad (15.131)$$

Zur Verdeutlichung des weiteren Rechengangs führen wir die Berechnung auch des 2.

Elements noch Schritt für Schritt aus:

$$\langle k_2 | k_0^{(o.n.)} \rangle = \int_{-1}^{+1} x^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot dx = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \quad (15.132)$$

$$\langle k_2 | k_0^{(o.n.)} \rangle \cdot |k_0^{(o.n.)}\rangle = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \quad (15.133)$$

$$\langle k_2 | k_1^{(o.n.)} \rangle = \int_{-1}^{+1} x^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot x \cdot dx = 0 \Rightarrow$$

$$\langle k_2 | k_0^\perp \rangle \cdot |k_0^\perp\rangle = 0 \quad (15.134)$$

$$|k_2^\perp\rangle = x^2 - \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot x^2 - 1) \quad (15.135)$$

$$\begin{aligned} |k_2^{(o.n.)}\rangle &= \frac{\frac{1}{3} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)}{\sqrt{\int_{-1}^{+1} \frac{1}{9} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)^2 \cdot dx}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)}{\sqrt{\frac{8}{45}}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 \cdot x^2 - 1) \end{aligned} \quad (15.136)$$

Die weiteren Elemente der orthonormierten Basis berechnen sich auf analoge Weise. Nachfolgend gebe ich die jeweiligen Zwischenergebnisse in Form einer Tabelle an, die als Abb. 4 wiedergegeben ist (XXX: Graphik neu erzeugen wegen Fehler).

Bei den ersten 7 Elementen der orthonormierten Basis unterscheiden sich also die orthonormierten Elemente $P_i^{(0)}$ von den in der Literatur als *Legendre-Polynome* bezeichneten Funktionen P_i um den Faktor $\sqrt{\frac{2 \cdot i + 1}{2}}$. Wir verzichten an dieser Stelle darauf, diese Gesetzmäßigkeit auch für das allgemeine Element $P_n^{(0)}$ zu beweisen, und nehmen diesen Zusammenhang als für alle Elemente $P_i^{(0)}$ gültig an.

(b) Wir berechnen also nun erneut, ausgehend von den Polynomen x^i , unter Anwendung der Rechenschritte 15.125, 15.126 und 15.127 eine orthonormierte Basis, wobei nun aber die Gl. 7.158 als Rechenvorschrift für das Skalarprodukt dient. Bei diesen Berechnungen werden wir ständig mit bestimmten Integralen der Form

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx \quad (15.137)$$

i	$\langle k_i k_0^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_1^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_2^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_3^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_4^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_5^{(o.n.)} \rangle$	$ k_i^\perp\rangle$
0	-	-	-	-	-	-	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
1	0	-	-	-	-	-	x
2	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	0	-	-	-	-	$\frac{1}{3} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)$
3	0	$\sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5}}$	0	-	-	-	$\frac{1}{3} \cdot (5 \cdot x^3 - 3 \cdot x)$
4	$\frac{\sqrt{2}}{5}$	0	$\sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{8}{35}}$	0	-	-	$\frac{1}{35} \cdot (35 \cdot x^4 - 30 \cdot x^2 + 3)$
5	0	$\sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{7}}$	0	$\sqrt{\frac{7}{2} \cdot \frac{8}{63}}$	0	-	$\frac{1}{63} \cdot (63 \cdot x^5 - 70 \cdot x^3 + 15 \cdot x)$
6	$\frac{\sqrt{2}}{7}$	0	$\sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{21}}$	0	$\sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{16}{231}}$	0	$\frac{1}{231} \cdot (231 \cdot x^6 - 315 \cdot x^4 + 105 \cdot x^2 - 5)$

i	$\langle k_i^\perp k_i^\perp \rangle$	$ k_i^{(o.n.)}\rangle = P_i^{(0)}$	$P_i^{(0)}/P_i$
0	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
1	$\frac{2}{3}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot x$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$
2	$\frac{8}{45} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{5}$	$\sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 \cdot x^2 - 1)$	$\sqrt{\frac{5}{2}}$
3	$\frac{8}{175} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{2}{7}$	$\sqrt{\frac{7}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot x^3 - 3 \cdot x)$	$\sqrt{\frac{7}{2}}$
4	$\frac{896}{77175} = \left(\frac{8}{35}\right)^2 \cdot \frac{2}{9}$	$\sqrt{\frac{9}{2}} \cdot \frac{1}{8} \cdot (35 \cdot x^4 - 30 \cdot x^2 + 3)$	$\sqrt{\frac{9}{2}}$
5	$\frac{128}{43659} = \left(\frac{8}{63}\right)^2 \cdot \frac{2}{11}$	$\sqrt{\frac{11}{2}} \cdot \frac{1}{8} \cdot (63 \cdot x^5 - 70 \cdot x^3 + 15 \cdot x)$	$\sqrt{\frac{11}{2}}$
6	$\frac{2048}{693693} = \left(\frac{32}{231}\right)^2 \cdot \frac{2}{13}$	$\sqrt{\frac{13}{2}} \cdot \frac{1}{32} \cdot (231 \cdot x^6 - 315 \cdot x^4 + 105 \cdot x^2 - 5)$	$\sqrt{\frac{13}{2}}$

Abb. 4 Zwischenergebnisse bei der Berechnung der orthonormierten Basis (Aufgabe 3 (a))

konfrontiert sein. Hierzu finden wir z.B. in [1] von Heft 15 die Beziehung

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)}{2^{(k+1)}} \cdot \sqrt{\pi} \text{ für alle geraden } n = 2 \cdot k \quad (15.138)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(n-1)}{2} \right)! \text{ für alle ungeraden } n \quad (15.139)$$

Wir benötigen jedoch die über die gesamte x -Achse durchgeführten Integrale. Wegen des je nach dem Wert von n geraden oder ungeraden Verhaltens des Integranden,

$$f(x) = e^{-x^2} \cdot x^n \Rightarrow$$

$$f(-x) = f(x) \text{ für alle geraden } n \quad (15.140)$$

$$f(-x) = -f(x) \text{ für alle ungeraden } n \quad (15.141)$$

folgt für das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx = 2 \cdot \int_0^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx \text{ für alle geraden } n \quad (15.142)$$

$$= 0 \text{ für alle ungeraden } n \quad (15.143)$$

Insgesamt folgt also

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x^n \cdot dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)}{2^k} \cdot \sqrt{\pi} \text{ für alle geraden } n = 2 \cdot k \quad (15.144)$$

$$= 0 \text{ für alle ungeraden } n \quad (15.145)$$

Diese beiden Beziehungen werden wir also nun jeweils für die weiteren Berechnungen verwenden.

Das 0-te Element lautet dann

$$\langle k_0 | k_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot (x^0)^2 \cdot dx = \sqrt{\pi} \Rightarrow |k_0^{(o.n.)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}} \quad (15.146)$$

und das 1. Element ergibt sich als

$$\langle k_1 | k_0^{(o.n.)} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \cdot x \cdot \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot dx = 0 \quad (15.147)$$

Die weiteren Elemente der orthonormierten Basis berechnen sich auf analoge Weise. Ich gebe wieder nachfolgend die jeweiligen Zwischenergebnisse in Form einer Tabelle

i	$\langle k_i k_0^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_1^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_2^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_3^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_4^{(o.n.)} \rangle$	$\langle k_i k_5^{(o.n.)} \rangle$	$ k_i^\perp\rangle$
0	1	—	—	—	—	—	1
1	0	—	—	—	—	—	x
2	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}$	0	—	—	—	—	$\frac{1}{2} \cdot (2 \cdot x^2 - 1)$
3	0	$\frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{4}$	0	—	—	—	$\frac{1}{2} \cdot (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x)$
4	$\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}$	0	$\frac{3 \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{\sqrt{2}}$	0	—	—	$\frac{1}{4} \cdot (4 \cdot x^4 - 12 \cdot x^2 + 3)$
5	0	$\frac{15 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{8}$	0	$\frac{15 \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{2 \cdot \sqrt{3}}$	0	—	$\frac{1}{4} \cdot (4 \cdot x^5 - 20 \cdot x^3 + 15 \cdot x)$
6	$\frac{15}{8} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}$	0	$\frac{45 \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{4 \cdot \sqrt{2}}$	0	$\frac{45 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{4 \cdot \sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{8} \cdot (8 \cdot x^6 - 60 \cdot x^4 + 90 \cdot x^2 - 15)$
i	$\langle k_i^\perp k_i^\perp \rangle$	$ k_i^{(o.n.)}\rangle = H_i^{(0)}$					
0	$\sqrt{\pi}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$H_i^{(0)} / H_i$
1	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot x$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
2	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (2 \cdot x^2 - 1)$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
3	$\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}{\sqrt{2}} \cdot (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x)$	$\frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
4	$\frac{3}{2} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{\sqrt{2}}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (4 \cdot x^4 - 12 \cdot x^2 + 3)$	$\frac{1}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
5	$\frac{15}{2} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (4 \cdot x^5 - 20 \cdot x^3 + 15 \cdot x)$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{16 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$
6	$\frac{285}{4} \cdot \sqrt{\pi}$	$\frac{1}{32 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \cdot (8 \cdot x^6 - 60 \cdot x^4 + 90 \cdot x^2 - 15)$	$\frac{1}{32 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{32 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{256 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{256 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$	$\frac{1}{256 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}}$

Abb. 5 Zwischenergebnisse bei der Berechnung der orthonormierten Basis (Aufgabe 3 (b))

an, die als Abb. 5 wiedergegeben ist.

Bei diesen ersten 6 Elementen der orthonormierten Basis unterscheiden sich also die orthonormierten Elemente $P_i^{(0)}$ von den in der Literatur als *Hermite'sche Polynome* bezeichneten Funktionen H_i (s. Gl.-en 7.163 bis 7.169) um den in der letzten Spalte angegebenen Faktor. Dessen Bildungsgesetz erkennen wir jedoch besser, wenn wir auf die Reduzierung der Wurzelausdrücke zu möglichst kleinen Zahlenwerten verzichten. Dann erkennen wir nämlich, dass diese Faktoren identisch sind mit dem Ausdruck

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{2^n \cdot n!} \cdot \sqrt{\sqrt{\pi}}} \quad (15.148)$$

Ich verzichte erneut darauf, die Gültigkeit dieser Beziehung für alle weiteren $n > 6$ explizite (durch vollständige Induktion) zu beweisen.

Aufgabe 4

Wir berechnen die Ableitung von $P_n(x)$ über die Gl. 7.155

$$\frac{dP_n(x)}{dx} = \frac{1}{(x^2 - 1)} \cdot [n \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)] \quad (15.149)$$

und sodann

$$\begin{aligned} \frac{d^2 P_n(x)}{dx^2} &= \frac{(-2 \cdot x)}{(x^2 - 1)^2} \cdot [n \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)] \\ &\quad + \frac{1}{(x^2 - 1)} \cdot \left[n \cdot P_n(x) + n \cdot x \cdot \frac{dP_n(x)}{dx} - n \cdot \frac{dP_{n-1}(x)}{dx} \right] \\ &= \frac{(-2 \cdot x)}{(x^2 - 1)^2} \cdot [n \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)] + \frac{n}{(x^2 - 1)} \cdot P_n(x) \\ &\quad + \frac{n \cdot x}{(x^2 - 1)^2} \cdot [n \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)] \\ &\quad - \frac{n}{(x^2 - 1)^2} \cdot [(n - 1) \cdot x \cdot P_{n-1}(x) - (n - 1) \cdot P_{n-2}(x)] \\ &= -\frac{n \cdot (n - 1)}{(x^2 - 1)^2} \cdot P_{n-2}(x) \\ &\quad - \left[\frac{2 \cdot n \cdot x}{(x^2 - 1)^2} + \frac{n^2 \cdot x}{(x^2 - 1)^2} + \frac{n \cdot (n - 1) \cdot x}{(x^2 - 1)^2} \right] \cdot P_{n-1}(x) \\ &\quad + \left[\frac{-2 \cdot n \cdot x^2}{(x^2 - 1)^2} + \frac{n}{(x^2 - 1)} + \frac{(n \cdot x)^2}{(x^2 - 1)^2} \right] \cdot P_n(x) \end{aligned} \quad (15.150)$$

(XXX: Der weitere Lösungstext dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 8

(a) Wir beweisen zunächst, dass gilt

$$\begin{aligned} \mathbf{A} |k\rangle &= a \cdot |k\rangle ; \mathbf{B} |k\rangle = b \cdot |k\rangle ; a, b \in \hat{\mathbf{C}} \Rightarrow \\ [\mathbf{A}, \mathbf{B}] &= \mathbf{A} \bullet \mathbf{B} - \mathbf{B} \bullet \mathbf{A} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (15.151)$$

Hierzu setzen wir die jeweiligen Eigenwertgleichungen für die Operatoren \mathbf{A} und \mathbf{B} in die linke Seite von Gl. 15.151 ein und erhalten:

$$(\mathbf{A} \bullet \mathbf{B}) |k\rangle - (\mathbf{B} \bullet \mathbf{A}) |k\rangle = \mathbf{A} (b \cdot |k\rangle) - \mathbf{B} (a \cdot |k\rangle) = a \cdot b |k\rangle - b \cdot a \cdot |k\rangle = 0 \quad (15.152)$$

(b) Um die in die umgekehrte Richtung weisende Aussage zu beweisen, setzen wir voraus, dass

$$[\mathbf{A}, \mathbf{B}] = \mathbf{0} ; \mathbf{A} |k\rangle = a \cdot |k\rangle \quad (15.153)$$

und zeigen, dass dann der Vektor $|k\rangle$ auch Eigenvektor zu \mathbf{B} ist. Wir führen den Beweis indirekt und nehmen an, dass

$$\mathbf{B} |k\rangle = b \cdot |k\rangle + c \cdot |l\rangle \quad \text{wobei } \langle l | k \rangle = 0 \text{ und } c \neq 0 \quad (15.154)$$

D.h. der Vektor $\mathbf{B} |k\rangle$ besteht außer einer Komponente in $|k\rangle$ -Richtung (die jedoch auch 0 werden kann) insbesondere aus einer nicht verschwindenden Komponente senkrecht zu $|k\rangle$. Dann folgt

$$(\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} - \mathbf{B} \bullet \mathbf{A}) |k\rangle = \mathbf{A} (b \cdot |k\rangle + c \cdot |l\rangle) - a \cdot (b \cdot |k\rangle + c \cdot |l\rangle) = c \cdot (\mathbf{A} |l\rangle - a \cdot |l\rangle) \quad (15.155)$$

Dieser Ausdruck muss aber nach Voraussetzung verschwinden, d.h. es folgt

$$c = 0 \text{ oder } (\mathbf{A} - a \cdot \mathbf{1}) |l\rangle = |0\rangle \quad (15.156)$$

Die Bedingung $c = 0$ ist aber ein Widerspruch zur Annahme, dass $|k\rangle$ nicht Eigenvektor zu \mathbf{B} ist. Die 2. Bedingung ist aber identisch mit der Eigenwertgleichung, also mit der Bedingung, dass $|l\rangle$ ebenfalls Eigenvektor zu \mathbf{A} ist und zwar zu demselben Eigenwert a wie $|k\rangle$. Damit ist aber auch der Vektor $\mathbf{B} |k\rangle$ Eigenvektor von \mathbf{A} und zu demselben Eigenwert a .

(XXX: Der weitere Text der Lösung zu dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 11

Die zufällige Auswahl von 6 Karten für den chien darf als unabhängige Wiederholung des Zufallsexperimentes

Entnahme von 1 Karte aus einem Kartenstapel

interpretiert werden. Allerdings verändert sich der Inhalt dieses Kartenstapels mit jeder Kartenentnahme. Da wir uns auf die Schätzung eines Näherungswertes beschränken dürfen, dürfen wir dieser Veränderung in 1. Näherung vernachlässigen. Dann aber

darf die Entnahme von 6 Karten der 6-maligen unabhängigen Wiederholung der Entnahme einer Karte aus dem Ausgangsstapel gleich gesetzt werden.

(a) Die Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen einer Karte aus dem Ausgangsstapel von 78 Karten 1 Oudlers zu ziehen, beträgt

$$W(N_O = 1; 1 \text{ Zug}) = \frac{3}{78} \quad (15.157)$$

Da die Bedingung der Aufgabe lautet: *mindestens 1 Oudlers gezogen*, unterliegen die nachfolgenden Züge keinerlei Einschränkung. Die Wahrscheinlichkeit, im ersten von 6 Zügen einen Oudlers zu ziehen, beträgt daher ebenfalls

$$W(N_O = 1 \text{ im 1. Zug}) = \frac{3}{78} \quad (15.158)$$

Dasselbe gilt für die Wahrscheinlichkeit, den Oudlers in einem bestimmten anderen Zug zu ziehen. Also beträgt die in der Frage (a) angefragte Wahrscheinlichkeit

$$W(N_O \geq 1 \text{ in 6 Zügen}) = 6 \cdot \frac{3}{78} = \frac{3}{13} \approx 0,231 \quad (15.159)$$

(b) Die Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen einer Karte aus dem Ausgangsstapel von 78 Karten 1 Trumpf zu ziehen, beträgt

$$W(N_T = 1; 1 \text{ Zug}) = \frac{19}{78} \quad (15.160)$$

Die Wahrscheinlichkeit, sowohl im 1. als auch im 2. Zug einen Trumpf zu ziehen, beträgt daher

$$W(N_T = 1 \text{ im 1. und im 2. Zug}) = \left(\frac{19}{78}\right)^2 \approx 0,0593 \quad (15.161)$$

Um die angefragte Bedingung zu erfüllen, muss es sich aber nicht um den 1. und den 2. Zug handeln sondern es können 2 beliebige unterschiedliche Züge sein. Die Gl. 15.161 muss also noch mit dem richtigen kombinatorischen Faktor multipliziert werden, nämlich mit der Anzahl der ungeordneten Proben vom Umfang 2 aus der Menge der Zahlen von 1 bis 6 :

$$k_3(6, 2) = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \quad (15.162)$$

Also gilt

$$W(\text{mindestens 2 Trümpfe im Ziehen}) = 15 \cdot 0,0593 = 0,89 \quad (15.163)$$

(c) Die Wahrscheinlichkeit, im 1. Zug weder einen Oudlers noch einen Trumpf zu ziehen, beträgt

$$W(N_O = N_T = 0; 1. \text{ Zug}) = \frac{78 - 22}{78} = \frac{56}{78} = \frac{28}{39} \approx 0,718 \quad (15.164)$$

und die Wahrscheinlichkeit, dass alle weiteren 5 Züge ebenfalls zu diesem Ergebnis führen, beträgt dann

$$W(N_O = N_T = 0; \text{ alle 6 Züge}) = \left(\frac{28}{39}\right)^6 \approx 0,137 \quad (15.165)$$

Aufgabe 10

(XXX: Der Text zur Lösung dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 13

Wir beweisen zunächst die Aussage 7.649

$$-1 \leq \rho(a, b) \leq +1 \quad (15.166)$$

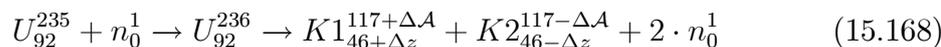
Hierzu gehen wir von der Definition des Korrelationskoeffizienten aus:

$$\begin{aligned} \rho(a, b) &= \frac{\text{cov}(a, b)}{\sqrt{\text{var}(a) \cdot \text{var}(b)}} = \frac{\langle (a - \langle a \rangle) \cdot (b - \langle b \rangle) \rangle}{\sqrt{\langle (a - \langle a \rangle)^2 \rangle \cdot \langle (b - \langle b \rangle)^2 \rangle}} \\ &= \frac{XXX}{XXX} \end{aligned} \quad (15.167)$$

(XXX: Der weitere Text zur Lösung dieser Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 15

Bei der Spaltung von U_{92}^{235} durch thermische Neutronen entstehen im Mittel 2,3 Neutronen. Zur Vereinfachung unserer Rechnung nähern wir diesen Wert durch die Zahl 2 an. Ausserdem berücksichtigen wir, dass sowohl die Summe der Ordnungszahlen z der beteiligten Kerne als auch die Summe der Massenzahlen \mathcal{A} erhalten bleibt. Die dann entstehende Reaktionsgleichung schreiben wir in der Form



Die Verteilung der Spaltprodukte ist also symmetrisch bzgl. des Mittenkerns Pd_{46}^{117} . Aus der Abb. 19 entnehmen wir die Aussage, dass der Massendefekt bei konstanter Massenzahl \mathcal{A} nur wenig von der Ordnungszahl z abhängt. Die bei der Kernspaltung gem. GL. 15.168 frei werdende Energie (der auftretende Massendefekt) ist also in 1. Näherung nur von der Größe $\Delta \mathcal{A}$ abhängig. Wir berechnen nun diese Abhängigkeit:

Wir entnehmen der Abb. 19, dass etwa ab einer Massenzahl von 90 der Massendefekt pro Nukleon annähernd linear mit der Massenzahl abnimmt,

$$\frac{\Delta M}{M}(\mathcal{A}) = \frac{\Delta M}{M}(\mathcal{A}_0) + c \cdot (\mathcal{A} - \mathcal{A}_0) = \frac{\Delta M}{M}(\mathcal{A}_0) + c \cdot \Delta \mathcal{A} \quad (15.169)$$

Als Zahlenwert für \mathcal{A}_0 entscheiden wir uns für den Wert

$$\mathcal{A}_0 = 117 \quad (15.170)$$

Eine Näherung für die Steigung c entnehmen wir ebenfalls der Abb. 19:

$$c = \frac{0,010}{244} \quad (15.171)$$

Der absolute Wert des Massendefektes bei der Spaltung beträgt also

$$\Delta M = 2 \cdot \Delta M(\mathcal{A} = 117) - \Delta M(\mathcal{A} = 236) + c \cdot \Delta \mathcal{A}_1 \cdot \mathcal{A}_1 + c \cdot \Delta \mathcal{A}_2 \cdot \mathcal{A}_2 \quad (15.172)$$

Wegen der Erhaltung der Summe der Massenzahlen bei diesem Prozess gilt jedoch

$$\Delta \mathcal{A}_1 = -\Delta \mathcal{A}_2 \quad (15.173)$$

Die Gl. 15.172 wird also zu

$$\Delta M = 2 \cdot \Delta M(\mathcal{A} = 117) - \Delta M(\mathcal{A} = 236) + c \cdot \Delta \mathcal{A}_1 \cdot (\mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2) \quad (15.174)$$

Die ersten beiden Summanden sind konstant. Solange die Näherung des linearen Abfalls des Massendefektes mit der Massenzahl zulässig ist, steigt der Wert ΔM monoton mit dem Wert $\Delta \mathcal{A}_1$, und entsprechend nimmt die Häufigkeit für das Auftreten dieses Spaltproduktes zu. Das Häufigkeitsmaximum erwarten wir also in der Nähe der Massenzahl, bei dem der Massendefekt seinen Maximalwert erreicht, also knapp oberhalb des Wertes 60.

Dieses Ergebnis ist gut mit dem in der Abb. ?? wiedergegebenen Messergebnis verträglich.

Aufgabe 16

Als nicht mit signifikant erhöhter Strahlungsgefahr belastet wird i.a. eine Situation angesehen, bei der die betrachtete (zusätzliche) radioaktive Bestrahlung um einen (noch festzulegenden) Faktor unter der an derselben Stelle vorliegenden sog. natürlichen radioaktiven Belastung liegt.

(XXX: Der weitere, eigentliche Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Quantenmechanik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.7 zu Heft 8: Thermodynamik (-)

Aufgabe 1

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 2

Der energie-spezifische Flächenbedarf einer Photovoltaik-Einheit ist einfach der Kehrwert des angegebenen, über ein Jahr gemittelten Energiestroms pro Fläche,

$$J^{(E)} = \left(42 \cdot \frac{kW \cdot h}{m^2 \cdot y} \right)^{-1} = 0,209 \cdot \frac{m^2}{W} \quad (15.175)$$

Um die analoge Größe für den Fall des Zuckerrüben-Anbaus zu bestimmen, müssen wir lediglich die angegebenen Zahlenwerte in korrekter Weise miteinander verknüpfen:

$$\begin{aligned} \frac{A}{J^{(E)}} &= \frac{1 \cdot ha \cdot y}{35,3 \cdot t_{Rüben}} \cdot \frac{1 \cdot t_{Rüben}}{0,139 \cdot t_{Zucker}} \cdot \frac{1 \cdot g_{Zucker}}{16,8 \cdot kJ} \cdot \frac{1 \cdot t}{10^6 \cdot g} \cdot \frac{10^4 \cdot m^2}{1 \cdot ha} \cdot \frac{1 \cdot kJ}{2,78 \cdot 10^{-4} \cdot kWh} \\ &= 0,436 \cdot \frac{m^2 \cdot y}{kWh} = 3,82 \cdot \frac{m^2}{W} \end{aligned} \quad (15.176)$$

Obwohl der Zuckerrüben-Anbau eine bzgl. der Ausbeute an Energie besonders effektive landwirtschaftliche Methode darstellt, ist dessen energie-spezifischer Flächenbedarf immer noch um gut eine Größenordnung höher als der der Photovoltaik und zwar gerechnet für unsere Breitengrade!

Das Ergebnis dieser Aufgabe ist von signifikanter energie- und umweltpolitischer Relevanz: Wenn es darum geht, in einer Zone der Erde, in der die bereitstellbare Fläche knapp ist, möglichst effektiv, d.h. unter Optimierung der Kenngröße $\frac{\text{Energie}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche}}$ Energie zu erzeugen, ist die Landwirtschaft nicht die Technik der Wahl, selbst wenn der vorhandene Boden dafür geeignet ist und Wasser in ausreichendem Maße zu Verfügung steht. Vielmehr ist die Photovoltaik selbst in Mitteleuropa der Landwirtschaft hierin bereits um mehr als eine Größenordnung überlegen. Nicht ein Naturgesetz, sondern einzig und allein die heute noch erforderliche hohe Investitionssumme pro Erzeugungseinheit steht dem generellen Durchbruch der Photovoltaik aktuell noch entgegen. Welche spezifischen Kosten für Wartung- und Ersatz-Investitionen bei einem großtechnischen Einsatz entstehen würden, ist z.Zt. nur sehr eingeschränkt vorhersehbar. Es gibt aber gute Gründe anzunehmen, dass die Photovoltaik auch in diesen beiden Bereichen den derzeit eingesetzten Techniken einschließlich der Windkraftenergie deutlich überlegen sein wird.

Das Ergebnis dieser Aufgabe gibt aber auch eine Orientierung über die durch biochemische Prozesse erreichbare Größenordnung der Umwandlung von solarer Einstrahlung in chemische Energie: Vergleichen wir den durch die Gl. 15.176 angegebenen Wert mit der sog. Solarkonstanten (Kapitel 8.11) und berücksichtigen, dass

- dieser Strahlungsstrom bei Mittelung über 1 Jahr etwa mit dem Faktor 0,25 gewichtet wird (Absatz S. 964), und dass

- im Mittel jeweils 35% der Erdoberfläche mit Wolken bedeckt sind,

so schätzen wir als Wirkungsgrad dieses Prozesses den Wert

$$\eta \approx \frac{\frac{1 \cdot W}{3,82 \cdot m^2}}{1,4 \cdot \frac{kW}{m^2} \cdot 0,25 \cdot 0,65} \approx 1 \cdot 10^{-3} \quad (15.177)$$

ab. Diese sehr grobe Abschätzung kann sicherlich nur eine Auskunft über die Größenordnung dieses Prozesses geben. Aber auch in dieser Näherung ist dieser Wert bereits eine wichtige Hilfe bei der Bestimmung der für den globalen Energie-Haushalt der Erde relevanten Prozesse, s. Absatz S. 955.

Aufgabe 3

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar)

Aufgabe 4

Die Joule-Thomson-Expansion ist ein Prozess bei konstanter teilchenbezogener Enthalpiedichte \hat{h} . Der für die dabei auftretende Entropie-Änderung relevante Materialparameter ist daher die Größe

$$\beta_s = \frac{\partial \hat{s}(\hat{h}, p)}{\partial p} \quad (15.178)$$

Diese können wir nach den Regeln der Differenzialrechnung wie folgt umwandeln:

$$\frac{\partial \hat{s}(\hat{h}, p)}{\partial p} = -\frac{\frac{\partial \hat{h}(\hat{s}, p)}{\partial p}}{\frac{\partial \hat{h}(\hat{s}, p)}{\partial \hat{s}}} = -\frac{\hat{v}}{T} < 0 \quad (15.179)$$

Dieses Ergebnis gilt für alle beliebigen Materialien, ist also insbesondere auch unabhängig von dem Vorzeichen des Joule-Thomson-Koeffizienten! Bei jedem Material nimmt also durch eine Joule-Thomson-Expansion ($\delta p > 0$) die Entropie \hat{s} zu,

$$\Delta \hat{s} = -\int_{p_a}^{p_e} \frac{\hat{v}(\hat{h}, p)}{T(\hat{h}, p)} \cdot dp = \int_{p_e}^{p_a} \frac{\hat{v}(\hat{h}, p)}{T(\hat{h}, p)} \cdot dp \quad (15.180)$$

Wir diskutieren nun noch den Sonderfall eines idealen Gases. Es hat einen verschwindenden JTK, d.h. die Temperatur bleibt während der JT-Expansion konstant und es gilt

$$\hat{v} = \frac{k \cdot T}{p} \quad (15.181)$$

Die Gl. 15.180 wird daher zu

$$\Delta \hat{s} = \frac{1}{T} \cdot \int_{p_e}^{p_a} \frac{k \cdot T}{p} \cdot dp = k \cdot \ln \frac{p_a}{p_e} \quad (15.182)$$

Aufgabe 5

Wir schreiben die Gleichgewichtsbedingung für den freien Teilchenaustausch zwischen der flüssigen und der gasförmigen Phase (Gl. 8.211) als implizite Gleichung

$$f(T, p) = \mu_2(T, p) - \mu_1(T, p) = 0 \quad (15.183)$$

Nach den Regeln über die Differenziation impliziter Funktionen folgt daraus

$$\frac{dp}{dT} = -\frac{\frac{\partial f(T,p)}{\partial T}}{\frac{\partial f(T,p)}{\partial p}} = -\frac{\frac{\partial \mu_2(T,p)}{\partial T} - \frac{\partial \mu_1(T,p)}{\partial T}}{\frac{\partial \mu_2(T,p)}{\partial p} - \frac{\partial \mu_1(T,p)}{\partial p}} \quad (15.184)$$

Nun gilt aber für jede Phase

$$\frac{\partial \mu(T, p)}{\partial T} = \frac{\partial^2 G(T, p, N)}{\partial T \cdot \partial N} = -\frac{\partial S(T, p, N)}{\partial N} = -\hat{s}(T, p) \quad (15.185)$$

und entsprechend

$$\frac{\partial \mu(T, p)}{\partial p} = \frac{\partial^2 G(T, p, N)}{\partial p \cdot \partial N} = \frac{\partial V(T, p, N)}{\partial N} = \hat{v}(T, p) \quad (15.186)$$

Daher gilt

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\hat{s}_2 - \hat{s}_1}{\hat{v}_2 - \hat{v}_1} \quad (15.187)$$

Damit ist der 1. Teil dieser Aufgabe bereits bewiesen. Nun gilt aber für jede der beiden Phasen

$$\hat{e} = T \cdot \hat{s} - p \cdot \hat{v} + \mu \quad (15.188)$$

Also gilt auf der Koexistenzkurve ($\mu_2 = \mu_1$)

$$T \cdot (\hat{s}_2 - \hat{s}_1) = \hat{e}_2 - \hat{e}_1 + p \cdot \hat{v}_2 - p \cdot \hat{v}_1 = \hat{h}_2 - \hat{h}_1 \quad (15.189)$$

und die Gl. 15.187 wird zu

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\hat{h}_2 - \hat{h}_1}{\hat{v}_2 - \hat{v}_1}$$

Aufgabe 7

Wir bestimmen zunächst eine Näherung für die Steigung der Schmelzkurve von Wasser über die Clausius-Clapeyronsche Gl. 8.217:

$$\frac{dT}{dp} = T \cdot \frac{\hat{v}_L - \hat{v}_S}{\hat{h}_L - \hat{h}_S} = 273,15 \cdot K \cdot \frac{-0,083 \cdot \frac{dm^3}{kg}}{334 \cdot \frac{kJ}{kg}} \approx -8,3 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{K}{Pa} \quad (15.190)$$

Sodann schätzen wir den Druck ab, den ein Schlittschuhläufer unter der Schlittschuh-Kufe erzeugt:

$$p \approx \frac{F}{A} = \frac{70 \cdot \text{kg}}{4 \cdot \text{mm} \cdot 280 \cdot \text{mm}} = 6,1 \cdot 10^5 \cdot \text{Pa} = 6,1 \cdot \text{bar} \quad (15.191)$$

Daraus resultiert eine Schmelztemperatureniedrigung von

$$\Delta T = -8,3 \cdot 10^{-8} \cdot 6,1 \cdot 10^5 \cdot \text{K} = 0,051 \cdot \text{K} \quad (15.192)$$

Es darf also vermutet werden, dass (entgegen häufig zu findender Anmerkungen) diese druckinduzierte Erniedrigung der Schmelztemperatur kaum einen signifikanten Einfluss hat auf die Gleiteigenschaften des Schlittschuhs auf dem Eis. Die äußerst niedrige Reibung muss also einen anderen Grund haben. Neuesten Untersuchungen folgend ist jede Eisoberfläche von $T > -38^\circ\text{C}$ wegen der in der Grenzflächenschicht stark unterschiedlichen Bindungsverhältnisse mit einer 12 ... 70 · nm dicken Wasserschicht bedeckt, die eine völlig andere submikroskopische Struktur als das kristalline Eis. Aus materialwissenschaftlicher Sicht befindet sich diese Schicht eher in einem flüssigen Zustand.

Aufgabe 8

Teil a): Die durch den Kontakt mit der Umgebungsluft auf die Heckscheibe übertragene Wärmestromdichte beträgt (Abschnitt 8.2.5)

$$j_{\text{Konv.}} = \alpha \cdot (T_L - T_{\text{Obj.}}) \quad ; \quad T_{\text{Obj.}} : \text{Temperatur der Scheibe} \quad (15.193)$$

Als Kennwert für den *Wärmeübergangskoeffizienten* α einer ebenen Fläche gegenüber ruhender Luft findet man in den Tabellenwerken (z.B. [1])

$$\alpha = 3,5 \dots 35 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \quad (15.194)$$

Da die Scheibe immer etwas geneigt ist, andererseits eine sehr glatte Fläche den Wärmeübergang eher hindert, werden wir mit dem Wert $\alpha = 20 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$ rechnen. Der Strahlungskontakt findet mit der Zone der Atmosphäre statt, innerhalb der der größte Teil der von der Erdoberfläche ausgehenden Strahlung absorbiert wird. Wir setzen zur Orientierung als relevante Temperatur T_S den Wert an, den die für die Abstrahlung der Erdstrahlung in das Weltall relevante Schicht annimmt, nämlich

$$T_S \gtrsim -18^\circ\text{C} = 255 \cdot \text{K} \quad (15.195)$$

Dann ergibt sich als durch Strahlung abgegebene Leistungsdichte der Wert (Abschnitt 8.5.2)

$$j_S \approx \varepsilon_{\text{Obj.}} \cdot \sigma \cdot 4 \cdot (T_{\text{Obj.}} - 255 \cdot \text{K}) \cdot T_{\text{Obj.}}^3 \quad (15.196)$$

Den Emissionskoeffizienten der Scheibe schätzen wir mit $\varepsilon_{\text{Obj.}} \approx 0,9$ ab. Im stationären Zustand sind diese beiden Stromdichten (Gl. 15.193 und 15.196) gleich,

$$\alpha \cdot (T_L - T_{\text{Obj.}}) = \varepsilon_{\text{Obj.}} \cdot \sigma \cdot 4 \cdot (T_{\text{Obj.}} - 255 \cdot K) \cdot T_{\text{Obj.}}^3 \quad (15.197)$$

Diese Gl. 4. Grades ist numerisch ohne Probleme lösbar. Wir bestimmen eine analytische Näherungslösung, indem wir die Gl. nach dem primär interessierenden Ausdruck $T_L - T_{\text{Obj.}}$ auflösen, uns auf Werte $T_{\text{Obj.}} \approx 0^\circ\text{C}$ beschränken und die Differenz $(T_{\text{Obj.}} - 255 \cdot K)$ daher durch den Wert $18 \cdot K$ approximieren:

$$(T_L - T_{\text{Obj.}}) \approx \frac{\varepsilon_{\text{Obj.}} \cdot \sigma \cdot 4 \cdot 18 \cdot K \cdot (273 \cdot K)^3}{20 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}} = 3,7 \cdot K \quad (15.198)$$

Der Temperaturunterschied zwischen der Temperatur der umgebenden Luft und der Heckscheibe eines Fahrzeugs kann also bei klarem Nachthimmel bis zu $4 \cdot K$ betragen. Selbst bei Lufttemperaturen knapp oberhalb von 0°C können daher insbesondere die Front- und die Heckscheibe eines Autos vereist sein.

Teil b): Der Zusatz in der Aufgabenstellung, dass die Sonne nicht sehr hoch am Himmel stehe, soll nur unterstreichen, dass die Annahme der nahezu senkrecht auf das Thermometer auftreffenden Sonneneinstrahlung durchaus realitätsnah ist. Die nun zu diskutierende Situation ist gegenüber der des Aufgabenteils (a) etwas komplizierter, weil nun der Strahlungskontakt mit 2 verschiedenen Systemen erfolgt, nämlich mit der Sonne ($T_{S1} = 5500 \cdot K$) und mit dem Rest des Taghimmels. Dieser verhält sich jedoch nicht wie ein schwarzer Körper. Wir werden ihn der Einfachheit halber nicht berücksichtigen. Bei der Sonne benutzen wir der Einfachheit halber unmittelbar den Wert der sog. Solarkonstanten, also die von der Sonne bei senkrechtem Einfall auf die Erdoberfläche eingestrahelte Leistung J_{Solar} . Dann lautet die Strahlungsbilanz einfach

$$\alpha \cdot (T_{\text{Obj.}} - T_L) = \varepsilon_{\text{Obj.}} \cdot J_{\text{Solar}} \quad (15.199)$$

$\varepsilon_{\text{Obj.}}$ ist nun der Absorptionskoeffizient des Thermometergehäuses. Wir schätzen diese Größe mit $\varepsilon_{\text{Obj.}} \approx 0,2$. Für α müssen wir nun einen typischen Wert für eine senkrecht orientierte Fläche nehmen: $\alpha \approx 5,8 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$. Daraus folgt

$$(T_{\text{Obj.}} - T_L) = \frac{0,2 \cdot 1,4 \cdot \frac{kW}{m^2}}{5,8 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}} = 48,3 \cdot K \quad (15.200)$$

Dieses Ergebnis besagt folgendes:

Beabsichtigt man, mit einem Thermometer die Temperatur der umgebenden Luft zu messen, setzt es aber während der Messung der direkten Sonneneinstrahlung aus, so misst man einen Wert, der bis zu 50°C über der wahren Luft-Temperatur liegt.

Aufgabe 10

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar)

Aufgabe 12

Vorausgesetzt wird, dass die in der Gl. 8.330

$$g(E, \delta E) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \delta E}} \int_0^{\infty} \gamma_E(E', V, N) \cdot e^{-\frac{(E' - E)^2}{2 \cdot (\delta E)^2}} \cdot dE' \quad (15.201)$$

enthaltene Größe $\gamma_E(E', V, N)$ in einem Intervall $[E - \Delta E; E + \Delta E]$ ($\Delta E \gg \delta E$) nur aus Singularitäten mit identischem Gewicht besteht:

$$\int_{E_i - \varepsilon}^{E_i + \varepsilon} \gamma_E(E', V, N) \cdot dE' = g(E) \quad \forall i \text{ mit } E_i \in [E - \Delta E; E + \Delta E] \quad (15.202)$$

Daraus folgt

$$g(E, \delta E) \cong \frac{g(E)}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \delta E}} \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\frac{(E_i - E)^2}{2 \cdot (\delta E)^2}} \quad (15.203)$$

Da nun aber die Werte E_i in dem Bereich der Energie, für den die Funktion $e^{-\frac{(E_i - E)^2}{2 \cdot (\delta E)^2}}$ signifikant von 0 verschieden ist, dicht liegen, darf in der Gl. 15.203 die Summation wieder durch die Integration ersetzt werden (XXX deutlicher),

$$g(E, \delta E) \cong \frac{g(E)}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \delta E}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(E' - E)^2}{2 \cdot (\delta E)^2}} \cdot dE' = g(E) \quad (15.204)$$

Aufgabe 13

Das System mit den Werten $(2 \cdot E, 2 \cdot V, 2 \cdot N)$ kann man sich aus 2 identischen Teilsystemen mit den Werten (E, V, N) zusammengesetzt denken, zwischen denen ein freier Energieaustausch möglich ist. Dann gilt

$$g(2 \cdot E, 2 \cdot V, 2 \cdot N) = [g(E, V, N)]^2 \quad (15.205)$$

und entsprechend

$$\sigma(2 \cdot E, 2 \cdot V, 2 \cdot N) = \log \frac{[g(E, V, N)]^2}{g_0} = 2 \cdot \log \frac{g(E, V, N)}{\sqrt{g_0}} \quad (15.206)$$

D.h. die Homogenität von σ ist nur gegeben, wenn

$$g_0 = \sqrt{g_0} \quad \Rightarrow \quad g_0 = 1 \quad (15.207)$$

Aufgabe 16

Der Grundumsatz eines normalgewichtigen Menschen beträgt

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = 75 \cdot \text{kg} \cdot 4 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{h}} \cdot \frac{24 \cdot \text{h}}{1 \cdot \text{d}} = 7.200 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{d}} \quad (15.208)$$

Dieser Energiestrom muss ständig von dem menschlichen Körper abgeführt werden, um die Körpertemperatur konstant halten zu können. Wenn aber die Außentemperatur mit der Körpertemperatur (37°C) identisch ist, entfallen alle Mechanismen der Wärmeleitung, -konvektion oder -strahlung. Es verbleibt die Möglichkeit der Verdunstung von Wasser. Der Körper ist gezwungen, seine Temperatur durch Schwitzen zu regeln. Hierzu benötigt er einen Verdunstungs-Massestrom $\frac{dM}{dt}$, der folgende Bedingung erfüllt:

$$\frac{dM}{dt} \cdot \Delta \tilde{e}_{ev} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow \quad (15.209)$$

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\Delta \tilde{e}_{ev}} = 7.200 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{d}} \cdot \frac{\text{kg}}{2.256 \cdot \text{kJ}} = 3,2 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{d}} \quad (15.210)$$

Ein Tourist, der sich in einer derartigen Region aufhält und auch noch einige körperliche Aktivitäten vorhat, z.B. eine Wanderung durch den tropischen Regenwald, sollte also einen täglichen Wasserverbrauch von gut $5 \cdot \frac{\text{ltr}}{\text{d}}$ einplanen.

Aufgabe 19

Wir berechnen die Temperatur der durch Gravitation kollabierten Erde, indem wir die gegebenen Kennwerte bzw. die bekannten Naturkonstanten in die Gl. 3.876 einsetzen und erhalten

$$E_{\text{grav}} = 2,11 \cdot 10^{32} \cdot J \quad (15.211)$$

Wenn wir die spezifische Wärmekapazität der Einfachheit halber als temperatur- und druckunabhängig ansehen, dann erhalten wir die Temperatur, auf die sich die Erde bei diesem Prozess aufheizt, aus der Beziehung

$$E_{\text{therm}} = c \cdot M \cdot T = E_{\text{grav}} \Rightarrow \quad (15.212)$$

$$T = \frac{E_{\text{grav}}}{c \cdot M} = 5,35 \cdot 10^4 \cdot K \quad (15.213)$$

Diese Art der Berechnung setzt voraus, dass während dieses Vorgangs des fortschreitenden Verdichtens und Aufheizens der Materie keinerlei Energie verloren geht. Diese Annahme ist falsch, da die Emission thermischer Eigenstrahlung in keinem Fall behindert ist. Hierauf werden wir sogleich zurück kommen. Zunächst berechnen wir noch, wie angefragt, die Zeit, die die frühe Erde benötigte, wenn sie denn auf diese Temperatur aufgeheizt worden war, um sich auf etwa $1500 \cdot ^\circ\text{C} \approx 1800 \cdot K$ abzukühlen:

$$N_e = \varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d^2 \cdot T^4 = -\frac{dE_{\text{Erde}}}{dt} = -c \cdot M \cdot \frac{dT}{dt} \quad (15.214)$$

$$-\int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T^4} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{T_1^3} - \frac{1}{T_0^3} \right) = \frac{\varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d^2}{c \cdot M} \cdot (t_1 - t_0) \quad (15.215)$$

$$(t_1 - t_0) = \frac{c \cdot M}{3 \cdot \varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d^2} \cdot \frac{1}{T_0^3} \cdot \left(\frac{T_0^3}{T_1^3} - 1 \right) \quad (15.216)$$

$$\approx \frac{c \cdot M}{3 \cdot \varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \pi \cdot d^2} \cdot \frac{1}{T_1^3} \quad (15.217)$$

D.h. bei der Berechnung der Abkühlzeit spielt die Ausgangstemperatur, sofern sie denn nur genügend hoch ist, nur eine verschwindende Rolle! Durch Einsetzen der angegebenen Kennwerte bzw. der bekannten Naturkonstanten erhalten wir

$$(t_1 - t_0) = 274 \cdot y \quad (15.218)$$

also eine in erdgeschichtlichen Zeiträumen bewertet extrem **kurze** Zeitspanne!

Zur Abrundung dieser Ergebnisse berechnen wir noch die Abkühlzeit für eine Ausgangstemperatur, die gleich der aktuellen Temperatur im Zentrum der Erde ist von

$$T_{\text{Erddzentrum}} \approx 5 \cdot 10^3 \cdot K \quad (15.219)$$

Sodann verwenden wir die korrekte Berechnungsformel gem. Gl. 15.216 und erhalten nahezu denselben Zahlenwert:

$$(t_1 - t_0) = 268 \cdot y \quad (15.220)$$

Aus diesen Ergebnissen können wir insgesamt folgern: Die Energie, die bei der Bildung von Planeten aus kosmischem Staub auf dem Wege einer gravitativ getriebenen Agglomeration (vgl. Abschnitt 10.2.7) frei wird, reicht grundsätzlich aus, um diesen Planeten auf einige $10^4 \cdot K$ aufzuheizen. Ohne weitere Energiezufuhr aus anderen Quellen als der Gravitation geht diese Energie aber auf dem Wege der elektromagnetischen Strahlung extrem schnell wieder verloren. Voraussetzung hierfür ist, dass der Planet (noch) keine feste Kruste oder gar eine ganze Mantelschicht erhalten hat, die einen effektiven Wärmetransport an die Planetenoberfläche auf dem Wege der Konvektion verhindert. Wenn man also annähme, dass außer der Gravitation keine weitere Energiequelle vorhanden war, kommt man zu dem Schluss, dass bei der Bildung der Erde die *heiße Phase*, die also zu einer signifikanten Erwärmung der entstehenden Erde geführt hat, höchstens einige $100 \cdot y$ gedauert haben kann. Anderenfalls hätte sich im Inneren der Erde keine Temperatur der Größenordnung $5 \cdot 10^3 \cdot K$ konservieren können. Wie wir heute wissen, ist diese Annahme jedoch völlig falsch. Das thermische Geschehen im Inneren der Erde wird durch langlebige radioaktive Isotope beherrscht. Diese bilden eine Wärmequelle, die auch heute noch die primäre Ursache sind für die Konvektionsströme im Inneren der Erde und damit für die sog. Plattentektonik und den Vulkanismus, s. Abschnitt 10.2.9. In der für die vorliegende Aufgabe relevanten frühen Phase der Erdgeschichte war der Energiestrom dieser Wärmequelle noch deutlich höher.

Aufgabe 18

Bei der Ableitung eines Blitzes zum Erdboden fließt durch das Kabel des Blitzableiters ein Stromstoß der Größenordnung

$$J_{\max} \lesssim 6 \cdot 10^4 \cdot A ; \tau \sim 1 \cdot 10^{-3} \cdot s \quad (15.221)$$

Damit das Kabel hierbei nicht zerstört wird, muss sichergestellt sein, dass es hierdurch nicht zum Schmelzen gebracht werden kann. Die hierbei in jedem Längenelement des Leiters in Wärme umgesetzte Energie

$$dE_{\text{elektr.}} = J^2 \cdot \frac{\rho \cdot dl}{A} \cdot \tau \quad (15.222)$$

A : Querschnittsfläche des Kabels

ρ : spezifischer elektrischer Widerstand von Al

muss also deutlich kleiner sein als die zum Schmelzen dieses Längenelementes erforderliche Energie

$$dE_{\text{therm.}} = c(Al) \cdot (T_{\text{Schmelz}}(Al) - T_0) \cdot m \cdot A \cdot dl \quad (15.223)$$

Die Bedingung

$$dE_{\text{therm.}} > dE_{\text{elektr.}} \quad (15.224)$$

führt auf die Ungleichung

$$c(Al) \cdot (T_m(Al) - T_0) \cdot m \cdot A > J^2 \cdot \frac{\rho}{A} \cdot \tau \Rightarrow \quad (15.225)$$

$$A^2 > \frac{J^2 \cdot \rho \cdot \tau}{c(Al) \cdot (T_m(Al) - T_0) \cdot m} \Rightarrow$$

$$A > J \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot \tau}{c(Al) \cdot (T_m(Al) - T_0) \cdot m}} \quad (15.226)$$

Das Einsetzen der Zahlenwerte ergibt

$$\begin{aligned} A &> 6 \cdot 10^4 \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2,87 \cdot 10^{-8} \cdot \Omega \cdot m \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot s}{0,896 \cdot \frac{j}{g \cdot K} \cdot 640 \cdot K \cdot 2,702 \cdot \frac{g}{cm^3}} \cdot \frac{\frac{V}{A}}{\Omega} \cdot \frac{J}{V \cdot A \cdot s} \cdot \frac{10^2 \cdot cm}{m}} \\ &= 6 \cdot 10^4 \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2,87}{0,896 \cdot 6,4 \cdot 2,702} \cdot 10^{-11} \cdot \frac{cm^4}{A^2}} \\ &= 6 \cdot 10^{-2} \cdot cm^2 \cdot \sqrt{0,225} = 2,8 \cdot mm^2 \end{aligned} \quad (15.227)$$

Verwendet man bei der Installation eines Blitzableiters als Ableitungskabel ein Aluminiumband mit einer Querschnittsfläche von z.B. $2 \cdot mm \cdot 5 \cdot mm$, so ist dieses gegen einer Überhitzung ausreichend geschützt.

Aufgabe 20

Der Energieeintrag in einen Solarkollektor beträgt unter optimalen Bedingungen (s. Gl. 8.501) pro Fläche δA

$$\frac{\langle N \rangle_d}{\delta A} = T_{ref}^4 \cdot \sigma \cdot 4 \cdot \langle \sin \psi \rangle_d \approx T_{ref}^4 \cdot \sigma \quad (15.228)$$

Der Energiebedarf zur Verdampfung eines Volumens V an flüssigem Wasser beträgt

$$E_{evap.} = V \cdot m \cdot \lambda \quad (15.229)$$

Innerhalb eines Jahres erzielt man so pro Flächeneinheit eine Wasserhöhe h von

$$h = \frac{T_{ref}^4 \cdot \sigma \cdot 365 \cdot d}{m \cdot \lambda} = \frac{(279,2 \cdot K)^4 \cdot 5,67 \cdot 10^8 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot \frac{s}{s}}{1 \cdot \frac{kg}{dm^3} \cdot 2,26 \cdot 10^6 \cdot \frac{Ws}{kg}} \quad (15.230)$$

$$= 3,36 \cdot m \quad (15.231)$$

Da ein Niederschlag von $300 \cdot \frac{mm}{a}$ bereits für Klimazonen typisch ist, deren Bodenbeschaffenheit einem Übergang zwischen einem halbtrockenen und einem humiden Gebiet entsprechen, sollte eine ähnliche Menge für eine intelligente Bewässerung landschaftlich genutzter Flächen ausreichen. M.a.W. mit einem solaren Meerwasserentsalzungsmodul von $1 \cdot m^2$ Nutzfläche sollten etwa $10 \cdot m^2$ Ackerland bewässert werden können und zwar (in den für dieses Konzept relevanten Zonen mit hoher Anzahl von Sonnenscheinstunden pro Jahr) weitgehend autonom, d.h. ohne weiteren Energiebedarf. Durch konsequente Umsetzung des Konzeptes des Wärmeaustausches im Gegenstrom (in diesem Fall von zuströmendem Meerwasser und abfließendem Nutzwasser) sollte dieser Zahlenwert von ca. 10 : 1 sogar noch deutlich verbessert werden können.

Als bisher nicht berücksichtigter Energiebedarf verbleibt insbesondere der Energieaufwand zur Anhebung des Meerwassers auf die Höhe der landwirtschaftlich genutzten Fläche. Dies sind etwa (s. Gl. 8.670)

$$\Delta E_{grav.} = 270 \cdot \frac{kWh}{m^3\text{-Wasser} \cdot 100 \cdot m} \quad (15.232)$$

Zusammenfassend stellt sich aus meiner Sicht die Frage, warum nicht schon heute mit derartigen dem aktuellen Stand der Technik entsprechenden, in diesem Sinne also *konventionellen* solaren Entsalzungsanlagen große Teile der heute als Wüsten vorliegenden küstennahen Gebiete einer landwirtschaftlichen Nutzung zugeführt werden, insbesondere in Nordafrika, auf der arabischen Halbinsel, in Südwestafrika und Westaustralien. Mir ist bekannt, dass die Aufgabe der Meerwasser-Entsalzung Gegenstand aktueller und intensiv betriebener Forschung und Geräte-Entwicklung ist. Ich habe allerdings den Eindruck, dass hierbei an Realisierungskonzepten gearbeitet wird,

die wesentlich aufwändiger und damit teurer sind als die hier diskutierte einfache Destillation.

Aufgabe 21

Wir stützen uns auf die Gl. 3.61

$$r = \frac{q^2}{p \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi)} \quad (15.233)$$

und berechnen die Geschwindigkeit, mit der sich dieser Abstand verändert:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{q^2 \cdot e \cdot \sin \varphi}{p \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi)^2} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{e \cdot \sin \varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)} \quad (15.234)$$

Der Term $r \cdot \frac{d\varphi}{dt}$ ist aber identisch mit der pro Zeiteinheit von dem Fahrstrahl des Planeten überstrichenen Fläche. Gem. dem 2. Keplerschen Gesetz ist diese Größe eine (für jede Planetenbahn unterschiedliche) Konstante,

$$r \cdot \frac{d\varphi}{dt} = C_1 \quad (15.235)$$

Die Gl. 15.234 vereinfacht sich daher zu

$$\frac{dr}{dt} = C_1 \cdot \frac{e \cdot \sin \varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)} \quad (15.236)$$

Verwenden wir nun die Näherung

$$e \ll 1 \quad (15.237)$$

so gilt in linearer Näherung bzgl. e

$$\frac{dr}{dt} \approx C_1 \cdot e \cdot \sin \varphi \quad (15.238)$$

Der Abstand r des Planeten von der Sonne führt also (in dieser Näherung) eine harmonische Oszillation um seinen Mittelwert aus.

Der zeitliche Mittelwert einer Größe X , die nicht direkt als Funktion $X(t)$ vorgegeben ist, sondern als Funktion der Größe $z(t)$, beträgt gem. Gl. 7.261

$$\langle X \rangle_t = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T X(z) \cdot z(t) \cdot dt \quad (15.239)$$

Daher berechnet sich der zeitliche Mittelwert von $\frac{1}{r^2}$ gem.

$$\begin{aligned}
 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^2} \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^{-1} \cdot d\varphi \\
 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{p^2 \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi)^2}{q^4} \cdot \frac{q^2}{p \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi) \cdot C_1} \cdot d\varphi \\
 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{p \cdot (1 + e \cdot \cos \varphi)}{q^2 \cdot C_1} \cdot d\varphi = \frac{1}{T} \cdot \frac{p}{q^2 \cdot C_1}
 \end{aligned} \tag{15.240}$$

Wir kommen also zu dem wichtigen Ergebnis, dass in linearer Näherung bzgl. der numerischen Exzentrizität e der Mittelwert des Abstandsquadrats der Erde von der Sonne, und damit der Mittelwert der solaren Einstrahlung **unabhängig ist von dieser Exzentrizität**.

Dieses Ergebnis wird uns insbesondere bei der Suche nach der Ursache für das Auftreten der fast periodisch wiederkehrenden Abfolge von Warm- und Kaltzeiten während der Erdneuzeit wichtige Dienste leisten.

Aufgabe 22

Wir bestimmen die Anzahl der Tage, während denen die in der Batterie eines E-Autos gespeicherte Energie in der Lage ist, den Strombedarf des Haushalts zu liefern:

$$\Delta t = \frac{60 \cdot kWh \cdot 365 \cdot d}{4000 \cdot kWh} = 5,5 \cdot d \tag{15.241}$$

In einem deutschen 3-Personenhaushalt, der im Besitz eines E-Autos ist, reicht also die Energie der voll geladenen Autobatterie aus, um den Haushalt während 5 Tagen mit elektrischer Energie zu versorgen. Durch das E-Auto wird also die Anschaffung eines Notstrom-Aggregats für den Notfall eines Stromausfalls z.B. in Folge einer Naturkatastrophe überflüssig.

Bei entsprechend intelligenter Steuerung der Gesamtanlage kann die Batterie eines Elektroautos auch ohne weiteres die Aufgabe des Pufferspeichers einer Photovoltaikanlage zur autonomen Stromversorgung eines 1-Familien-Haushaltes übernehmen. Der Anschluss an das allgemeine Stromnetz ist dann nur noch für die Überbrückung einer mehrere Tage andauernden Schlechtwetterperiode erforderlich.

Die Lösung dieser Aufgabe hat sich als extrem einfach herausgestellt. Ich bitte den Leser um Entschuldigung, dass ich sie überhaupt gestellt habe. Ich habe es getan, weil ich diese Fragestellung für ein besonders klares Beispiel zur Untermauerung meiner bereits mehrfach geäußerten Behauptung ansehe, dass viele politische Fragen mit naturwissenschaftlichem Hintergrund bereits durch sehr einfache Näherungsberechnungen beantwortet werden können, die z.B. jeder Absolvent eines naturwis-

senschaftlichen Gymnasiums ohne zusätzliche Anleitung in der Lage sein sollte, selbst durchzuführen.

Aufgabe 23

Um eine Menge Wasser der Masse M um die Höhendifferenz Δz anzuheben, wird die Energie

$$\Delta E = M \cdot g \cdot \Delta z = V \cdot m \cdot g \cdot \Delta z \quad (15.242)$$

benötigt. Unsere Aufgabenstellung ergibt daher den Wert

$$\begin{aligned} \Delta E &= 0,8 \cdot m \cdot 41,5 \cdot 10^3 \cdot km^2 \cdot \frac{1 \cdot 10^3 \cdot kg}{1 \cdot m^3} \cdot 9,81 \cdot \frac{m}{s^2} \cdot 1 \cdot m \cdot \frac{2,78 \cdot 10^{-7} \cdot kWh}{1 \cdot kg \cdot m \cdot s^{-2}} \\ &= 0,905 \cdot 10^8 \cdot kWh = 0,905 \cdot 10^2 \cdot GWh \end{aligned} \quad (15.243)$$

Wir vergleichen diesen Wert mit dem aktuellen Verbrauch eines 3-Personenhaushalts an elektrischer Energie:

$$3 - \text{Personenhaus} \frac{\Delta E}{\Delta E_{ges}} = \frac{0,905 \cdot 10^2 \cdot GWh}{1,057 \cdot 10^5 \cdot GWh} = 0,86 \cdot 10^{-3} \quad (15.244)$$

Für jeden Meter, den der Meeresspiegel ansteigt, werden also die Niederlande zusätzlich $1 \cdot \%$ ihres aktuell gegebenen Verbrauchs an elektrischer Energie ausgeben müssen.

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Thermodynamik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.8 zu Heft 9: Kristallphysik (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft Kristallphysik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.9 zu Heft 10: Elementarteilchen, Kosmologie (-)

Aufgabe 1

(XXX: Der Lösungstext für diese Aufgabe ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 3

Wir schätzen die Wahrscheinlichkeit ab, dass diese beiden Ereignisse innerhalb von $1 \cdot d$ auftreten. Diese Fragestellung ist gleich bedeutend der Frage, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein (zweiter) Meteorid innerhalb einer absolut vorgegebenen Zeit,

nämlich $\pm 12 \cdot h$ um die Passage des ersten herum auf die Erde einschlägt. Diese Wahrscheinlichkeit beträgt

$$W \approx \frac{1 \cdot d}{100 \cdot y} \approx 3 \cdot 10^{-5} \quad (15.245)$$

Lediglich auf $3,7 \cdot 10^4$ Meteoriten-Einschläge dieser Größenordnung kommt 1 derartiges Doppelereignis. Dieses Ergebnis ist wohl noch kein **Beweis**, dass diese beiden Ereignisse doch mit einander verknüpft waren, aber ein starkes Indiz.

Für wesentlich plausibler halte ich folgende Hypothese: Der Asteroid 2012 DA14 bestand aus einem Doppelsystem, dem von der NASA verfolgten und vermessenen Asteroiden und einem Begleiter, dessen Masse etwa $1/10$ von 2012 DA14 betrug und der sein Gravitationszentrum auf einer Bahn der Größenordnung $2,8 \cdot 10^4 \cdot km$ umkreiste. Es bestand keinerlei Chance, diesen Begleiter vorab zu erkennen. Bei dem Vorbeiflug dieses Systems an der Erde kam es dann zur Kollision dieses (2012 DA14)-Mondes mit der Erde.

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen der Aufgaben zu Heft 10 (Elementarteilchen, Kosmologie)* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.10 zu Heft 11: Optik (-)

Aufgabe 1

Wir beweisen sofort das Snellius-Gesetz, da - wie wir sehen werden - das Reflexionsgesetz als ein Sonderfall dieses Gesetzes angesehen werden kann, und verwenden die in der Abb. 1 des Abschnitt 11.2 angeführten Bezeichnungen. Dann betragen die Wegstrecken l_1 (von P_1 zum Auftreffpunkt S auf der Grenzfläche) und l_2 (von S zum Punkt P_2)

$$l_1 = \frac{h_1}{\cos \alpha_1} \quad ; \quad l_2 = \frac{h_2}{\cos \alpha_2} \quad (15.246)$$

Die Laufzeit des Lichtes von P_1 über S nach P_2 beträgt daher

$$t = c_1 \cdot l_1 + c_2 \cdot l_2 = \frac{c_1 \cdot h_1}{\cos \alpha_1} + \frac{c_2 \cdot h_2}{\cos \alpha_2} \quad (15.247)$$

Diese durch die Gl. 15.247 definierte Funktion gilt es zu minimieren unter der Nebenbedingung (Cosinussatz)

$$F(\alpha_1; \alpha_2) = \left(\frac{h_1}{\cos \alpha_1} \right)^2 + \left(\frac{h_2}{\cos \alpha_2} \right)^2 - d^2 - 2 \cdot \frac{h_1}{\cos \alpha_1} \cdot \frac{h_2}{\cos \alpha_2} \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (15.248)$$

D.h. wir müssen die Funktion

$$\begin{aligned} \frac{dt(\alpha_1)}{d\alpha_1} &= \frac{\partial t(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial t(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_2} \cdot \frac{d\alpha_1(\alpha_2)}{d\alpha_2} \quad \text{mit} \quad (15.249) \\ \frac{d\alpha_1(\alpha_2)}{d\alpha_2} &= - \frac{\frac{\partial F(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_2}}{\frac{\partial F(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_1}} \end{aligned}$$

berechnen und $= 0$ setzen. Wir führen einige Zwischenergebnisse an:

$$\frac{\partial F(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_1} = \frac{2 \cdot h_1}{\cos^2 \alpha_1} \cdot \left(\frac{h_1 \cdot \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} + \frac{h_2 \cdot \sin \alpha_2}{\cos \alpha_2} \right) \quad (15.250)$$

$$\frac{\partial t(\alpha_1; \alpha_2)}{\partial \alpha_1} = \frac{c_1 \cdot h_1 \cdot \sin \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1} \quad (15.251)$$

Die Ableitungen nach α_2 ergeben sich einfach durch Austauschen der Indizes. Insgesamt folgt daraus

$$\frac{dl(\alpha_1)}{d\alpha_1} = \frac{c_1 \cdot c_2 \cdot h_1}{\cos^2 \alpha_1} \cdot (c_2 \cdot \sin \alpha_1 - c_1 \cdot \sin \alpha_2) \quad (15.252)$$

$$\frac{dl(\alpha_1)}{d\alpha_1} = 0 \Rightarrow \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{c_2}{c_1} \text{ q.e.d.} \quad (15.253)$$

Zum Beweis des Reflexionsgesetzes müssen wir lediglich bedenken, dass jetzt beide Strahlen sich in demselben Medium ausbreiten; ansonsten sind die geometrischen Bedingungen völlig identisch. In diesem Fall gilt daher einfach

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = 1 \quad (15.254)$$

Aufgabe 2

(XXX: Der die Lösung dieser Aufgabe beschreibende Text ist noch nicht verfügbar. Das Ergebnis der Rechnung ist:)

$$\Delta = d \cdot \sin \alpha \cdot \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) \quad (15.255)$$

Aufgabe 4

Wir ersetzen zunächst den (absichtlich) etwas unscharf gewählten Begriff *Hellichtigkeit* durch die Größe Beleuchtungsstärke E_v . Die beiden Außentüren werden also gleichmäßig mit Licht beschienen, das auf ihnen eine Beleuchtungsstärke E_v erzeugt. Demzufolge fällt in das Zimmer ein Lichtstrom ein von

$$J_v^{(0)} = E_v^{(0)} \cdot 2 \cdot (1,20 \cdot m \cdot 2,00 \cdot m) = E_v^{(0)} \cdot 4,8 \cdot m^2 \quad (15.256)$$

Dieser Lichtstrom trifft auf die umliegenden Wände und wird von diesen zu einem Anteil R reflektiert. Die gesamte Oberfläche des Zimmers beträgt

$$\begin{aligned} A_{ges} &= 2 \cdot (5 \cdot m + 8 \cdot m) \cdot 2,50 \cdot m + 2 \cdot 5 \cdot m \cdot 8 \cdot m \\ &= 145 \cdot m^2 \end{aligned} \quad (15.257)$$

Die Fläche der Türöffnungen beträgt

$$A_{Tür} = 4,8 \cdot m^2 \quad (15.258)$$

und das Verhältnis dieser beiden Flächen

$$\frac{A_{Tür}}{A_{ges}} = 0,033 \quad (15.259)$$

Wir werden nun nicht versuchen, das weitere Schicksal des von einer Wand reflektierten Lichtes in voller Allgemeinheit und ohne weitere, vereinfachende Annahmen zu verfolgen. Diese Vorgehensweise ist grundsätzlich und ohne größere Verständnisprobleme, aber mit einem erheblichen Rechenaufwand durchführbar. Man bezeichnet sie meist als *ray tracing* und verwendet hierzu heute kommerziell verfügbare Software-Pakete. Wir bemühen uns um eine analytische Näherungslösung und machen hierzu folgende vereinfachende Zusatzannahmen:

Wir definieren den mittleren Remissionsfaktor $\langle R \rangle$ aller Zimmerwände gem.

$$\langle R \rangle = \frac{A_{Tür}}{A_{ges}} \cdot 0 + \left(1 - \frac{A_{Tür}}{A_{ges}}\right) \cdot R = 0,967 \cdot R \quad (15.260)$$

und betrachten zunächst den Fall

$$1 - \langle R \rangle \ll 1 \quad (15.261)$$

Dann wird jeder herausgegriffene Lichtstromanteil sehr oft von den Wänden remittiert, bevor er vollständig absorbiert worden ist, und die Raumbeleuchtungsstärke hat im gesamten Raum annähernd denselben Wert. Insbesondere ist die Beleuchtungsstärke an den Wänden (außerhalb der Türen) überall annähernd gleich. Unter diesen Bedingungen können wir auf das ray tracing verzichten und die Beleuchtungsstärke durch eine einfache Bilanzierung ermitteln. Für jeden Ausschnitt einer Zimmerwand beträgt weiterhin der von jedem Flächenelement absorbierte, also dem Strahlungsfeld entzogene Lichtstromanteil

$$\delta j_v = (1 - \langle R \rangle) \cdot (j_v)_{eff} \quad (15.262)$$

$(j_v)_{eff}$ ist dabei die insgesamt - einschließlich aller Mehrfachreflexionen - auf das betrachtete Flächenelement auftreffende Lichtstromdichte. Der insgesamt im stationären Zustand vorhandene Vernichtungs-Strom hat dann den Wert

$$J_v^{(-)} = (1 - \langle R \rangle) \cdot (j_v)_{eff} \cdot A_{ges} \quad (15.263)$$

Im stationären Zustand muss dieser Strom betragsgleich sein zu dem durch die Türen einfallenden Lichtstrom

$$J_v^{(+)} = J_v^{(0)} = E_v^{(0)} \cdot A_{Tür} \quad (15.264)$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} (1 - \langle R \rangle) \cdot (j_v)_{eff} \cdot A_{ges} &= E_v^{(0)} \cdot A_{Tür} \Rightarrow \\ (j_v)_{eff} &= E_v^{(0)} \cdot \frac{A_{Tür}}{A_{ges}} \cdot \frac{1}{(1 - \langle R \rangle)} \end{aligned} \quad (15.265)$$

Diese Näherungsrechnung gilt streng genommen nur für den Fall extrem heller Zimmerwände. Sie liefert aber eine gute Orientierung über die grundlegenden Gegebenheiten.

Die Beleuchtungsstärke in dem Zimmer hängt also außer von dem Flächenverhältnis der lichteinlassenden Öffnungen zur gesamten Oberfläche des Zimmers stark von dem Wert R ab. Sobald dieser deutlich kleiner ist als 1, 0 (dunkler Fußbodenbelag, holzverkleidete Zimmerdecke, getönte Tapeten, umfangreiche dunkle Möblierung), kann auch eine breite Fensterfront den Raum nicht bis in die Tiefe gleichmäßig ausleuchten. Man ist dann gezwungen, selbst bei hellem Tageslicht den hinteren Bereich des Zimmers durch Kunstlicht aufzuhellen.

Ohne natürliches Tageslicht gelten analoge Überlegungen. Der zur Ausleuchtung eines Raumes erforderliche Gesamt-Lichtstrom hängt maßgeblich von der mittleren Remission der Zimmerwände ab. Durch eine etwas ungünstige Auswahl der oben bereits aufgezählten Einrichtungselemente kann man diesen Wert leicht um den Faktor 2 bis 3 erhöhen.

Aufgabe 5

(XXX: Der Text zur Lösung der Aufgabe 5 ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 8

(XXX: Der Text zur Lösung der Aufgabe 8 ist noch nicht verfügbar.)

Aufgabe 9

(XXX: Der Text zur Lösung der Aufgabe 9 ist noch nicht verfügbar.)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Lösungen zu den Aufgaben zu Heft Optik* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.11 zu Heft 12: Materialwissenschaft (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen zu den Aufgaben zu Heft Materialwissenschaft* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.12 zu Heft 13: *Strukturanalyse* (-/-)

.
(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen zu den Aufgaben zu Heft Strukturanalyse* ist noch nicht verfügbar.)

15.2.13 zu Heft 14: *Elektronik* (-/-)

.
(XXX: Der Text des Abschnitts *Lösungen zu den Aufgaben zu Heft Elektronik* ist noch nicht verfügbar.)

15.3 Literatur zur Physik insgesamt (-)

1. H. Kuchling, Taschenbuch der Physik, Verlag Harry Deutsch, Thun u. Frankfurt/Main 1985
2. <http://en.wikipedia.org>
3. International recommended value of the Fundamental Physical Constants; National Institute of Standards and technology Gaithersburg (ML) and Boulder (CO)(USA); <http://physics.nist.gov/cuu/constants/>
4. Brockhaus Enzyklopädie, Mannheim, 1991, 19. Auflage, Bd. 14, S. 303
5. www.semibyte.de/
6. <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/igo/>

(XXX: Die weiteren, an dieser Stelle vorgesehenen Literaturzitate sind noch nicht verfügbar.)

Stichwortverzeichnis

- Äquivalenz, topolog. v. Kurven, 489
Äquivalenzrelation, 148
Öffnungswinkel e. Objektivs, 1466
1-Stoff-Elektrolyt, 901
3-Alpha-Prozess, 1171
3-er-Vektorprodukt, 128
- Abbé, Ernst, 1421
Abbildung e. Menge, 142
Abbildungsmaßstab (opt. Gerät), 1515
Abbildungsstrahlengang, 1517
Abel, Niels Hendrik, 652
Aberration, sphärische e. Linse, 1463
abgeschlossene Hülle e. Menge, 144
Abgeschlossenheit e. Menge, 144
Abgeschlossenheit eines Systems, 303
Abrasion, 1769
Abrieb, Def., 1764
Abriebkoeffizient, Def., 1768
Abriebrate, Def., 1768
Abrikosov, Aleksei Aleksejewitsch, 80
Absorption, optische, 1441
Absorptionskoeffizient, optischer, 1441
Absorptionskontrast b. opt. Abb., 1522
Absorptionsquerschnitt, Def., 1443
Absorptionsspektrum, optisches, 1441
Achromat, Def., 1465
Adaption d. menschlichen Auges, 1576
Adiabatische Zustandsänderung, 842
Adjungierter Operator, 675
Adresse e. elektron. Baugruppe, 1935
Äquivalentdosis, 800
Äquivalenz, logische, 1920
Aerosol, 887
Äther-Konzept d. klass. Mech., 229
Aggregatzustand e. Materials, 1705
- Akkommodation d. Auges, 1570
Akkretionsscheibe, 1162
Aktiver Zweipol, 1813
Aktivität, radioaktive, 799
Al-Chwarizmi, Abu Abdulla, 148
Albedo, 942
Algebra, moderne, 148
Algorithmus, 1930
Alhazen, eigl. Ibn al-Haitham, 1421
aliasing-Effekte, 1963
Alpha-Strahlung, 756
Alterssichtigkeit, Def., 1571
Ampère, André Marie, 56
Amplitudenmodulation, 1887
anaerob (Def.), 994
Analogrechner, 1905
Analytische Fortsetzung, 491
Analytische Funktion, Def., 485
Andasol, 1555
Anden (Faltungsgebirge), 1237
Anderson, Carl David, 1131
Andromeda-Galaxie, 1351
Anemometer, 351
Aperturblende, 1466
Aphel e. Ellipse, 106
Apochromat, Def., 1465
Arbeitspunkt, elektronischer, 1817
Archimedes v. Syrakus, 88
Archimedessche Prinzip, 319
Ardenne, Manfred v., 1536
Area-sinus hyperbolicus Arsinh, 113
Arezzo, Guido von, 431
Aride Bereiche des Festlands, Def., 986
Aristoteles, 74
Armstrong, Edwin Howard, 1945

- Assembler (Def.), 1933
Asteroid, 1341
Asteroidengürtel, 1341
Astigmatismus e. Linse, 1464
astronomische Einheit, Def., 343
Asymptotische Freiheit d. Quarks, 1152
Atmosphäre d. Erde, 964
Atompilz, 770
Aufenthaltswahrscheinlichkeit, 641
Auftrieb, hydrostatischer, 319
Auftriebs-Beiwert (strömungstechn.), 323
Aussagen, logische (Def.), 1919
Ausstrahlung, spez. e. opt. Qu., 1481
Austastlücke i. Fernsehsignal, 1948
Austauschprozess, 313
Austrittspupille e. Linsensystems, 1466
Avalox, Avelox, 1541
Avogadro, Lorenzo R. A. C., 54
Avogadro-Konstante, 54
Azimut, Def., 209
- Baade, Walter, 1189
Bacon, Sir Francis, 1239
Bandpass-Filter, 1870
Bandsperr-Filter, 1870
Bardeen, John, 85
Barkhausen, Heinrich Georg, 1857
Barkhausenformel f. E-Röhren, 1857
Bartholin, Erasmus, 1452
Baryonen, Def., 1131
Baryonenzahl e. Elementarteilchens, 1131
BAS-Signal (Fernsehtechnik), 1948
Basis e. Vektorraums, 653
Basistransformation, 654
Bassow, Nicolaj Gennadijewitsch, 1502
Beaufort, Sir Francis, 352
Becquerel, Antoine Henri, 636
Beer, August, 1443
Belegungsplan (e. Kristallgitters), 1123
Beleuchtungsinvarianz d. Farbk., 1601
Beleuchtungsstrahlengang, 1517
Bell, Alexander Graham, 84
Bell, Susan Jocelyn, 1189
Bernoulli, Daniel, 322
Bernoulli-Gleichung, 322
Beschleunigungsfeld, Def., 211
Bessel, Friedrich Wilhelm, 1396
Bestrahlung, 1485
Bestrahlungsdichte, spezifische, 1485
Bestrahlungsstärke, 1484
Bestrahlungsstärke, Def., 1487
Bestrahlungsstrom, 1484
Beta-Strahlung, 757
Bethe, Hans Albrecht, 1170
Bethe-Weizsäcker-Zyklus, 1170
Beton, 1742
Betz, Albert, 398
Beugungseffizienz e. Gitters, 1469
Bewegungsgleichung i.d. Mechanik, 315
bijektive Abbildung, 143
Bildübertrager, 1531
Bildanalyse, Def., 1549
Bildfeldwölbung, 1464
Bildungs-Entropie, 857
Binnig, Gerd, 1538
Binomialverteilung, 691
Biot, Jean-Baptiste, 582
Biot-Savart-Gesetz d. Elektrodynamik, 582
bit error rate (Def.), 1937
Bit-Error-Rate, 1936
Blend (Def.), 1734
Blitz (Gewitter-), 549
Blitzableiter, 553
Bloch, Felix, 1797
Bode, Johann Elert, 456
Boltzmann, Ludwig, 906
Boltzmann-Faktor, 917
Boltzmann-Konstante, 912
Bosch, Carl, 859
Bosch, Robert, 84
Bose, Satyendra Nath, 709
Bose-Statistik, 925
Bose-Teilchen, Boson, 709
Bowler, mechanical, 1778

- Bowling-Sport, 1777
 Boyle, Robert, 844
 Boyle-Mariott, Gesetz von, 844
 Brahe, Tyge Ottesen, gen. Tycho, 219
 Brattain, Walter Houser, 85
 Braun, Karl Ferdinand, 598
 Brechkraft e. Linse, 1459
 Brechungsgesetz
 Snellius Gesetz, 1433
 Brechungsindex, 1433
 Bremsgitter e. E-Roehre, 1858
 Brennweite e. Linse, 1459
 Brewster, Sir David, 1438
 Brewsterwinkel, 1438
 Brillanz e. Farbort, 1605
 Brillouin, Léon, 748
 Brillouin-Streuung, 748
 Broglie, Louis Victor de, 630
 Bronze, 1730
 Brout, Robert, 1137
 Brown, Michael E., 1344
 Bruch, Walter, 1953
 Bruno, Giordano, 1378
 Buchführung, doppelte, 464
 Bulge (in einer Galaxie), 1352
 Bunsen, Robert Wilhelm, 322
 Bus eines Digitalrechners, 1934

 Cantor, Georg Ferdinand Ludwig Phillipp,
 136
 Carlisle, Anthony, 896
 Carlson, Chester Floyd, 556
 Carnot, Nicolas Léonard Sadi, 817
 Carnot-Wirkungsgrad, 1057
 Carré, Ferdinand, 1064
 Cassini-Huygens (Raumsonde), 1304
 Cassini; Giovanni Dominico, 1395
 Cauchy-Folge, 154
 Cauchy-Integralformel, 490
 Cauchy-Integralsatz, 488
 Cauchy-Riemannschen Diff.-Gl., 484
 Cauchy-Schwarzsche Ungleichung, 659

 Cavendish, Henry, 355
 Celsius, Anders, 819
 Ceres (Zwergplanet), 1343
 cgs-System d. Grundeinh., 55
 Chadwick, Sir James, 758
 Chalfie, Martin, 1524
 charm-Quark, 1147
 Charmonium, 1147
 Chatelier, Henry Louis le, 863
 Chatelier-Braun-Prinzip, 863
 Chauchy, Augustin Louis Baron, 154
 chemical shift, 1797
 Chemische Energie, Def., 820
 Chemisches Potenzial, Def., 820
 chirale Symmetrie, 1453
 Chromatische Aberration e. Linse, 1465
 Chromatographie, 1785
 Cladding e. opt. Faser, 1471
 Clapeyron, Benoit Pierre Emile, 817
 Clausius, Rudolf Julius Emanuel, 254
 Clausius-Clapeyron-Gleichung, 868
 CNO-Zyklus, 1169
 COBE (Raumsonde), 1374
 Cochlea, 448
 Colombo Guiseppe, 1265
 Columbia (Super-Kontinent), 1003
 Compiler (Def.), 1933
 Composite, 1738
 Compoundierung von Polymeren, 1739
 Compton, Arthur Holly, 748
 Compton-Effekt, 748
 Condon, Edwin Uhler, 636
 confinement , 1147
 Coriolis, Gaspard Gustave, 275
 Coriolisbeschleunigung, 275
 Cosinussatz, 110
 Cotton, Aimé Auguste, 1456
 Coulomb, Charles August de, 53
 Coulomb, Charles Augustin de, 477
 Cowan, Clyde Lorrain Jr., 1139
 Crazing, 1734
 Cumuluswolken, 970

- Curie, Jacques, 542
Curie, Marie, 756
Curie, Pierre, 539, 756
Curie-Gesetz, 539, 577
Curiosity (Marssonde), 1274
Cyclon, 1044
- Daansgard-Oeschger-Zyklen, 997
Daguerre, Louis Jacques Mandré, 1562
Dampfdruckkurve, 865
Dansgaard, Willi, 997
Daumensprungverfahren, 340
Davenport, Thomas, 84
Davisson, Clinton Joseph, 630
Davy, Humphry, 896
dB-Skala, 329
Debye, Peter Josephus Wilhelmus, 539
Debye-Gleichung, 539
Debye-Hückel-Onsager-Theorie, 900
deckende Farbschicht, 1616
Deep Space Comet Hunter (Raumsonde), 1334
Dehnung e. Festkörpers, 1676
Dehnung, bleibende, eines Materials, 1698
Deimos (Marsmond), 1286
Demokrit, 1129
Densitometer, Def., 1532
Descartes, René, 199
Determinante e. Matrix, 123
Determinantensatz, 125
Diapositiv-Projektor, 1530
Dichroismus (Polarisationseffekt), 1448
Dichte einer Variablen, 828
Dichte, optische, 1442
Dielektrische Funktion, 540
Dielektrische Verschiebungsdichte, 534
Dielektrisches Materialverhalten, 537
Dielektrizitätskonstante (Vakuum-), 514
Dielektrizitätskonstante, relative, 535
Differential scanning calorimetry, 1770
Differenzierbarkeit e. Funktion, 160
Dimension eines Vektorraums, 653
Diode, elektron. Bauelement, 1841
Diode, Elektronenröhre, 1854
Dione (Saturnmond), 1312
Dioptrie, Def., 1460
Dirac, Paul Adrien Maurice, 69
direktes Produkt v. Untervektorr., 656
Disjunktion, logische, 1920
Dispersion, 886
Dissoziation i. Elektrolyten, 897
Dissoziationsgrad, 898
Distributionen, mathem., 69
Divergenz eines Vektorfeldes, 183
Donner, 553
Doppler, Christian Johann, 244
Doppler-Effekt, 244
Doppler-Effekt, transversaler, 249
Drahtwiderstand, el. Bauteil, 1830
Drehimpuls, Definiton, 296
Drehkondensator, el. Bauteil, 1838
Drehwinkel, 134
Dreieckschaltung, 616
Dreyer, Johan Ludvig Emil, 1350
Druck (Definition), 302
Dschunkensegel, 407
Duisberg, Friedrich Carl, 84
Duktilität von Materialien, 1698
Dunlop, John Boyd, 1716
Dur-Tonleiter, 426
Durchflutungsgesetz, 583, 585
Durchgriff e. Elektronenroehre, 1856
Durchlassspannung einer Diode, 1842
Durchschnittsmenge, 141
Dynamisch-mech. Analyse (Def.), 1686
Dynamische Variablen, 290
Dynamo, Gen elektr. Energieströme, 589
Dyson, Frank Watson, 288
- Eötvös, Lorand Baron, 273
Eastman, George, 1562
Ebenenspiegelung, 130
Eddington, Arthur Stanley, 288
Edison, Thomas Alva, 1496

- Edukt e. chem. Reaktion, 851
 EGNOS (Satelliten-Mission), 385
 Ehrenfest, Paul, 649
 Ehrenfest-Theorem, 649
 Eich-Transformation (Elektrodyn.), 595
 Eigenvektoren eines Operators, 673
 Eigenwerte eines Operators, 673
 Einfach zusammenhängendes Gebiet, 488
 Einfallsebene, 1432
 Einheitsmatrix, 122
 Einheitszelle (e. Kristalls), 1122
 Einstein, Albert, 629
 Einstein-Konvention, 276
 Eintrittspupille e. Linsensystems, 1466
 Eiszeitalter (Def.), 992
 Elastizitätsmodul, 1710
 Elastizitätsmodul (Def.), 1681
 Elastizitätstensor, 1679
 Elastomer, Definition, 1711
 electronic balance, (Messprinzip), 354
 Elektro-Lumineszenz, 1445
 Elektrochemisches Potenzial, 896
 Elektrode, elektrochemische, 905
 Elektrolyt (Def.), 897
 Elektrolyt, starker bzw. schwacher, 898
 Elektrolytkondensator, el. Bauteil, 1839
 Elektrometer, 547
 Elektromotor, 590
 Elektronendurchmesser, 1136
 Elektronenvolt (Def.), 512
 Elektrosmog, 802
 Elektrostriktion, 541
 Elementarladung, 510
 Elementarteilchen (Def.), 1130
 Elevationswinkel, Def., 209
 Ellipse, Def., 106
 Emissionsvermögen, 932
 Emitterfolger, 1878
 Empfindlichkeit e. Detektors, 1505
 Emulsion, 887
 Enantiomer (Def.), 1454
 Enceladus (Saturnmond), 1320
 Endoskop, 1531
 Energiedichte des Gravitationsfeldes, 308
 Energiedosis radioaktiver Bestr., 799
 Energieformen, 291
 Energiestromquelle, 1813
 Englert, François, 1137
 Ensemble-Mittelwert, 908
 Ent-Elektrisierungsfaktor, 535
 Entartung, 673
 Enthalpie, Def., 312, 827
 Entropie (statistische Definition), 911
 Entropieartige Gibbs-Funktion, 829
 Entropieformen, Def., 829
 Erathostenes von Kyrene, 342
 Erdkern, 1226
 Erdkruste, kontinentale, 1227
 Erdkruste, ozeanische, 1227
 Erdmantel, oberer, 1227
 Erdmantel, unterer, 1227
 Ereignis, relativistische Def., 232
 Ereignis, wahrscheinlichkeitstheor., 680
 Ergebnis, wahrscheinlichkeitstheor., 680
 Eris (Zwergplanet), 1344
 Ersatzschaltung, elektronische, 1819
 Erwartungswert einer Zufallsgröße, 686
 Erwartungswert, mathem. Def., 685
 Erythemische Empfindlichkeit, 1488
 Euklid, 136
 Euler, Leonhard, 134
 Eulersche Formel, 482
 Eulersche Winkel, 134
 Eulerscher Satz, 312
 Europa (Mond), 1298
 Eutektikum, 875
 Exergie, Def., 1078
 Exo-Planet, 1212
 Exosphäre, 1251
 Extensive Variablen, 290
 Extinktion, optische, 1442
 Förster, Heinz v., 74
 Fahrenheit, Daniel Gabriel, 819

- Falk, Gottfried, 100
Falschlicht, Def., 1527
Faltengebirge (Def.), 1235
Faltungintegral, 495
Faraday, Michael, 192
Faradayscher Käfig, 523
Farbe, Def., 1591
Farbladung e. Quarks, 1146
Farbmischung, additiv, subtraktiv, 1601
Farbort e. Messstrahlung, 1597
Farbrezeptur, 1617
Farbsättigung, 1600
Farbtemperatur e. opt. Strahlung, 1491
Farbtemperatur einer Lichtquelle, 1599
Farbton, 1600
Fay, Francois de Cistenay du, 477
Fehler einer Messung, Def., 90
Fehler, systematische, Def., 92
Fehlerfortpflanzung, Def., 92
Fehlerfortpflanzungsgesetz, 95
Fehlerrechnung, Def., 89
Fehlsichtigkeit, Def., 1571
Feinstrukturkonstante, 63
Feldenergie d. Gravitation, 308
Feldlinien (Def.), 192
Feldlinse, 1531
Feldstärke, elektrische, 515
Feldstaerke, allgem. Def., 222
Fermat, Pierre de, 1428
Fermatsches Prinzip, 1428
Fermi, Enrico, 636
Fermi-Statistik, 922
Fermi-Teilchen, Fermionen, 709
Fernrohr, 1578
Feststoff-Aerosol, 887
Feuchte, relative z.B. von Luft, 866
Feuchtgebiet, Def., 986
Feynman, Robert, 59
Filter, elektronische, 1865
Fläche im Raum (Def.), 158
Flaschenzug, 390
Fleming, Sir John Ambrose, 1853
Fluchtpunkt, 114
Fluss, magnetischer (Def.), 575
Folge v. Zahlen, Def., 154
Folienkondensator, el. Bauteil, 1838
Ford, Henry, 84
Forest de Lee, 1853
Fortpflanzungskonstante e. Vierpols, 1828
Fossil (Def.), 990
Fourier-Theorem, 173
Fovea d. Auges, 1569
Fowler, Sir Ralph Howard, 636
Franklin, Benjamin, 477
Fraunhofer, Josef von, 733
Freie Energie, Def., 827
Freie Enthalpie, Def., 827
Frequenz e. period. Beweg., 214
Frequenzmodulation, 1890, 1945
Fresnel, August Jean, 1422
Fresnelsche Gleichungen, 1435
Friedmann, Alexander Alexandrovitch, 283
Friedrich, Walter, 1802
Frisch, Otto, 807
Fujita, Tetsuya Theodore, 1045
Fujita-Skala, 1045
Fundamentalsatz der Algebra, 483
Funktionentheorie, Def., 478
Gödel, Kurt, 138
Günz-Eiszeit, 995
Güte e. Schwingkreises, 1862
Gaffelsegel, 408
Galaxie, 1350
Galaxie, elliptische, 1352
Galaxien, aktive, 1355, 1361
Galaxien-Cluster, 1369
Galilei, Galileo, 229
Galilei-Transformation, 229
Galileo (Satelliten-Navigation), 384
Galle, Johann Gottfried, 1329
Galvani, Luigi, 895
galvanische Trennung, Def., 1848

- Gammastrahlung, 608
 Ganymed (Mond), 1299
 Ganze Zahlen, Def., 152
 Gaschromatographie, 1786
 Gasgleichung, allgemeine, 844
 Gasometer, 1091
 Gasplaneten, 1256
 Gastheorie, kinetische, 845
 Gatter, elektronische, 1921
 Gauss'scher Satz, 183
 Gauss, Carl Friedrich, 90
 Gauss-Ebene, Def., 482
 Gauss-Verteilung, Def., 695
 Gay-Lussac, Gesetze von, 844
 Gay-Lussac, Joseph Louis, 844
 Gay-Lussac-Humboldt-Gesetz, 859
 Gay-Lussac-Koeffizient, 835
 Gebrauchsverhalten eines Werkstoffs, 1664
 Gel, 888
 Gell-Mann, Murray, 1144
 Gemässigte Breiten, klimabezogen, 978
 Gennes, Pierre-Gilles de, 59
 Geräusch, akustisches (Def.), 421
 Gerade, Def., 101
 Germer, Lester Halbert, 630
 Gesteinsplaneten, 1256
 Gibbs, Josiah Willard, 291
 Gibbs-Funktion, Def., 291
 Gibbssche Phasenregel, 867
 Giessen e. Formteils, 1758
 Gilbert, William, 477
 Giotto (Raumsonde), 1333
 Gitter, optisches, 1469
 Glühemission, 1854
 Glasübergang, 1687
 Glastemperatur eines Materials, 1687
 Gleichgewicht, dynamisches, 313
 Gleichheit v. Mengen, 141
 Gleiten e. Schiffs, 414
 Gleitmodul (Def.), 1682
 Globar, 1792
 Gluehlampe, 1496
 Gluon, 1152
 GOCE (Satelliten-Mission), 985
 Godfrey, Thomas, 1585
 Goethe, Johann Wolfgang von, 1591
 Gold, Thomas, 1190
 Gondwana (südl. Super-Kontinent), 1003
 Goodwin, Hannibal, 1562
 Grünling b. Sinterprozess, 1759
 Graßmann, Herrmann, 128
 Graßmann-Identität, 128
 Gradient eines skalaren Feldes, 182
 Gram, Hans Christoph Joachim, 1541
 Gram-positive Bakterien
 Gram-negative Bakterien, 1541
 Granit, 1227
 Gravitations-Schwerpunkt, 261
 Gravitationskonstante, 273
 Gray, Harold, 800
 Greenberg, Oscar Wallace, 1146
 Gregorianischer Kalender, 360
 Grenzflächenenergie, spezifische, 885
 Grenzflächenphysik, 885
 Grenzwert e. Folge, 154
 Gross, David J., 1152
 Grundeinheiten der Physik, 55
 Gruppe, kommutative, 652
 Guericke, Otto von, 477
 Guldberg, Cato Maximilian, 859
 Gummielastizität von Materialien, 1711
 Guralnik, Gerald Stanford, 1137
 Gurevich, Alexandr Viktorovich, 552
 Gurney, Ronald Wilfried, 636
 Händigkeit e. Vektor-Tripels, 127
 Höhenformel, barometrische, 396
 Hörschwelle, 446
 Hückel, Erich Armand A. J., 896
 Haas, de Wander Johannes, 586
 Haber, Fritz, 859
 Haber-Bosch-Verfahren, 859
 Hadley, Georges, 978
 Hadley, John, 1585

- Hadley-Zelle, 978
 Hadronen (Def.), 1146
 Haerte fester Materialien, 1704
 Haertezahl n. Mohs, 1704
 Haertezahl n. Vickers, 1704
 Hagen, Carl Richard, 1137
 Hahn, Otto, 1138
 Halban, Hans v., 630
 Halbordnung (algebraische) , 149
 Halbwertzeit, 758
 Hall, Asaph, 1286
 Halley, Edmond, 343
 Halleyscher Komet, 1333
 Halo (astronom.), 1362
 Halogen-Glühlampe, 1497
 Hamilton, Sir William Rowan, 626
 Han, Moo-Young, 1146
 Hansen, William Webster, 602
 Hardware (Def.), 1933
 Harmonische Bewegung, Def., 215
 Harrison, John (Uhrmacher), 348
 Hasselbalch, Karl Albert, 905
 Hauptebene e. dicken Linse, 1463
 Hauptreihe des HRD, 1181
 Hauptsatz der Diff. u. Integralr., 163
 Hayashi, Chushiro, 1181
 Hayashi-Linie, 1181
 Heisenberg, Werner Karl, 634
 HeLa-Zelle, 1546
 Hell, Stefan, 1545
 Helligkeit, scheinbare e. Sterns, 1177
 Helligkeitsinvarianz der Farbkennung, 1595
 Helmholtz, Herm. Ludw. Ferd. v., 191
 Helmholtz-Satz, 191
 Henderson, Lawrence Joseph, 904
 Henderson-Hasselbalch-Gl., 905
 Henry, Joseph, 580
 Herapath, William Bird, 1449
 Herapathit (Iodchininsulfat), 1449
 Hermite'sche Differenzialgleichung, 668
 Hermite'sche Polynome, 667
 Hermite, Charles, 667
 hermitesche Operatoren, 675
 Herschel, Friedrich Wilhelm, 603
 Hertz, Heinrich, 215
 Hertzprung, Ejnar, 1180
 Hertzprung-Russell-Diagramm (HRD),
 1181
 Hewish, Antony, 1190
 Higgs, Peter, 1137
 Higgs-Boson, 1137
 Hilbert, David, 659
 Hilbert-Raum, 660
 Himalaya, 1236
 Himmelsäquator, 209
 Himmelskugel, 208
 hinreichende Bedingung, 138
 Hipparchos von Nicaea, 378
 Hipparcos (ESA-Raumsonde), 1396
 Hochpass-Filter, 1868
 Hochseegel o. Bermudasegel, 407
 Hohlspiegel, opt. Bauelement, 1468
 Holozän (Erdzeitalter), 995
 homöomorphe Mengen, 146
 Homodyn-Verstärker, 1961
 Homogenität, physikalische, 861
 Hooke, Robert, 1679
 Hooke-sches Gesetz, 1679
 Hubble, Edwin Powell, 1376
 Hurricane, 1044
 Huygens, Christiaan, 1428
 Huygens-Prinzip, 1428
 Hydronium-Ion, 898
 Hydrostatik, Def., 318
 Hyperbel , 111
 Iapetus (Saturnmond), 1319
 Identische Teilchen, 636
 Imaginäre Zahlen, Def., 481
 Impedanz, elektrische, 1815
 Implikation, logische, 1920
 Impuls (Definition), 292
 Induktion, elektromagnetische, 580
 Induktion, magnetische (Def.), 565

- Induktion, vollständige, 140
 Induktivität, Def., 587
 Induktivität, elektron. Bauelement, 1834
 Infimum, 150
 Infrarot-(IR-)Strahlung, 603
 injektive Abbildung, 142
 Innere Energie, 303
 Innere Transmission, 1443
 Innere Variablen, 876
 Inneres einer Menge, Def., 146
 Integration e. Funktion, Def., 161
 Intensive Variablen, 290
 Inter instrument agreement, 1633
 Inter instrument agreement, Def., 1529
 Interferenz, 628
 Interferenz von Teilchen, 630
 Interferenzfilter (dichroitische F.), 1474
 Interpenetrating network, 887
 Inertialsystem, Def., 227
 Inverse e. Matrix, 122
 Inverter (elektronischer) , 1875
 Io (Mond), 1295
 Irisblende, 1473
 Irrationale Zahlen, Def., 153
 Irreversible Prozesse, 826
 Ives, Herbert Eugene, 249

 Jacobi, Carl Gustav Jacob, 129
 Jacobi, Moritz Hermann, 590
 Jacobi-Identität, 129
 Jakobusstab, 1585
 Jeans, James Hopwood, 927, 1160
 Jeans-Kriterium, 1160
 jet stream, 966
 Johnson, Harold Lester, 1608
 Jones, R. Clark, 1426
 Jones-Matrix, 1427
 Jones-Vektor, 1426
 Josephson, Brian David, 80
 Joule, James Prescott, 291
 Joule-Thomson-Expansion, 836
 Joule-Thomson-Koeffizient, 836

 Judd, Deanne, 1591
 Junktoren, logische (Def.), 1919

 Köhler, August Karl Johann Valentin, 1518
 Köhler-Anordnung, 1518
 Köllitzer, Albert von, 606
 Körper, mathem. , Def., 480
 Kühlmaschine, 1064
 Kadenz (Musik), 425
 Kaempfe, Hermann Anschütz, 350
 Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft, 84
 Kallisto (Jupitermond), 1300
 Kalorische Zustandsgleichung, 839
 Kaltzeit, Eiszeit (Def.), 992
 Kammerton (Musik), 430
 kanonisch konjugierte Variablen, 633
 Kapazität, elektrische, 512
 Kapazität, verallgemeinerte, Def., 301
 kartesisches Koordinatensystem, 199
 kataklysmische Veränderliche, 1200
 Kausalität i.d. Rel.-theorie, 238
 Kausalitätsbedingung eines Systems, 494
 Kehlkopf, 441
 Kekulé, Friedrich August, 859
 Kelvin, Lord of Largs, 56
 Kenorland (Super-Kontinent), 1003
 Kepler, Johannes, 58
 Kernspinresonanz, 1796
 Kerr, John, 1455
 Kerr-Effekt, 1455
 Kettenmatrix e. lin. Vierpols, 1822
 Kettenregel d. Diff.-rechng., 160
 Kibble, Thomas Walter Bannermann-, 1137
 Kilby, Jack St. Clair, 1847
 Kinetische Energie, 299
 Kirchhoff, Gustav Robert, 455
 Kirchhoffsche Regeln, 1811
 Kirchhoffsches Strahlungsgesetz, 932
 Klang (Def.), 422
 Klang, reiner, 424

- Kleinsignalverhalten, elektron., 1817
Klimamodell, lokales, 950
Klystron, 1853
Knipping, Paul Karl Moritz, 1802
Knoll, Max, 1582
Kobayashi, Makoto, 1148
Kodaly Zoltan, 431
Koexistenzbereich von Phasen, 865
Kohärenz von Wellen, 1430
Kohärenz, räumliche, 1430
Kohaesionsdruck realer Gase, 847
Kolibri, 327
Kolmogorov, Andrej Nikolajewitsch, 680
Koma (Linsenfehler), 1465
Kombinationen, kombinatorische, 691
Kombinatorik, 689
kombinatorische Wahrscheinlichkeit, 679
Kometen-Schweif, 1335
Kommutator von Operatoren, 677
Komplement e. Menge, 141
Komplementärer Farbton, 1601
Kompressibilität, adiabatische, 838
Kompressibilität, isotherme (Def.), 837
Kompressionsmodul, Def., 838
Kondensator, elektron. Bauelement, 1837
Kondensierte Materie, 1706
konfokale Raman-Mikroskopie, 1641
Konfokales Lichtmikroskop, 1540
konjugiert komplexe Zahl, Def., 480
Konjunktion, logische, 1920
Konstantan, 1830
kontinentaler Graben (Def.), 1233
Kontinuitätsgleichung, 184, 322
konventionelle Sehweite, Def., 1570
Konvergenz e. Zahlenfolge, 154
Konvergenz, absolute, 169
Koordinatenflächen, Def., 200
Kopernikus, Nikolaus, 58
Kopplungskonstante e. WW, 515
Korrelationskoeffizient, 687
Korrespondenzprinzip der QM, 637
Korrespondenzprinzip, Rel.-Theorie, 233
kosmische Strahlung, 1384
Kosmologische Konstante, 309
Kovarianz 2-er Zufallsgrößen, 687
Kovolumen realer Gase, 847
Krängen (e. Schiffes), 415
Kraft, Definition, 298
Kramers, Hendrik Anton, 497
Kratky, Otto, 1804
Kratky-Kamera, 1804
Krebsnebel, 1202
Kreis, Def., 105
Kreisfrequenz e. period. Beweg., 214
Kreislauf, 74
Kriechen eines Materials, 1709
Kristall, Def., 1119
kritischer Punkt, 873
Kronecker, Leopold, 661
Kronecker-Symbol, 661
Kronig, Ralph de Laer, 497
Kryo-Vulkanismus, 1317
Kubelka, Paul, 1614
Kubelka-Munk-Theorie, 1614
Kugelsternhaufen, 1364
Kugelstrahler, idealer, 1492
Kuiper, Gerard Peter, 1344
Kuiper-Gürtel, 1344
Kuroda, Paul K., 808
Kurve i. Raum (Def.), 158
Kurzsichtigkeit, Def., 1571
Kybernetik (Regelungstechnik), 1906
Kybernetik, Def., 74
längssymmetrischer Vierpol, 1825
Lösung v. Stoffen, 880
Lévy, Lucien, 1945
Lack (Beschichtungsmaterial), Def., 1610
Ladung, elektrische, 510
Lageenergie, Def., 298
Lagrange, Josef Louis de, 100
Lagrange-Identität, 129
Lagrangepunkt e. Gravitationsfeldes, 461
Lambda-Viertel-Plättchen, 1451

- Lambert, Johann Heinrich, 1443
 Lambert-Beer, Gesetz von, 1443
 Lambertscher Strahler, 1493
 Land, Edwin Herbert, 1450
 Landau, Lew Davidowitsch, 80
 Langmuir, Irving, 885
 Laplace, Pierre Simon Marquis de, 187
 Laplace-Ebene e. Zentralbewegung, 1010
 Laplace-Operator, 187
 Lateinersegel, 406
 Latentes Bild e. fotogr. Films, 1563
 Latex, 1736
 Laue, Max Theodor Felix von, 1802
 Laufbild-Kamera, 1566
 Laurasia (nördl. Super-Kontinent), 1003
 Laurent, Pierre Alphonse, 486
 Laurent-Reihe, Def., 486
 Lautsprecher, 1885
 Lautstärke e. Schallsignals, 447
 Le Verrier, Urbain Jean Joseph, 1328
 Lebegue-Mass, 679
 Lebesgue, Henri Léon, 679
 Legendre, Adrien-Marie, 260
 Legendre-Differenzialgl., 665
 Legendre-Polynome, 260, 664
 Legendre-Transformation, 310
 Legierung, 881
 Leibnitz, Gottfried Wilhelm, 153
 Leichtwasser-Reaktor, 785
 Leipzig, Gottfried Wilhelm, 144
 Lemaître, Georges, 1377
 Lenard, Philipp, 628
 Leonardo da Vinci, 88
 Leptonen, Def., 1131
 Leptonenzahl, 1136
 Leptonenzahl e. Elementarteilchens, 1131
 Leuchtkraft, 1180
 Levi-Cavita, Tullio, 278
 Levi-Civita-Tensor, 278
 Libby, William F., 1404
 Licht, sichtbares, 604
 Lichtausbeute e. Strahlers, 1491
 Lichtschacht, 1630
 Lieben, R. von, 1853
 Limes, thermodynamischer, 909
 Linear polarisierte Strahlg., 1426
 Linear response, 493
 Linearer Raum, 652
 Linsenfehler, 1463
 Lissajous, Jules Antoine, 216
 Lissajous-Figuren, 216
 Listing, Johann Benedikt, 144
 Lock-In-Verstärker, 1961
 Loggen, 352
 Lokalisationsenergie, 632
 Lorentz, Hendrik Antoon Lorentz, 235
 Lorentz-Kontraktion, 241
 Lorentz-Lorenz-Gleichung, 538
 Lorentzkraft, 590
 Lorenz, Ludvig Valentin, 538
 Lorenz-Eichung, 595
 Luftspule, elektron. Bauelement, 1835
 Lumen, Def., 1488
 Lumineszenz, 1445
 Lunik (Raum-Missionen), 1246
 Lupe, 1577
 Lyell, Charles, 1239
 Mächtigkeit v. Mengen, 143
 Maat Mons (Venus-Vulkan), 1267
 Macula d. Auges, 1569
 Madden-Julian-Oszillation, 1050
 Magnetschwebbahn, 1086
 Maiman, Theodore Harold, 1502
 Majorani, Ettore, 1141
 Makrozustand, Def., 908
 Manhattan-Projekt, 781
 Marconi, Marchese Guglielmo, 597
 Marianen-Rinne, 1236
 Mariotte, Edme Sgn. de Chazeuil, 396
 Mars (Planet), 1272
 Martin, Archer John, 1786
 Maschinensprache (Def.), 1933
 Masse, schwere, Def., 254

- Masse, träge, 293
Massendefekt, 760
Massenwirkungsgesetz, 854
Masstheorie, Def., 678
Master batch, 1618
Masukawa, Toshihide, 1148
Materialparameter (Def.), 831
Materialwissenschaft, Definition, 1663
Mather, John Cromwell, 1374
Matrix, Definition, 653
Matrix-Multiplikation, 121
MAVEN (Raum-Mission), 1285
Maximum e. Funktion, 195
Maxwell Montes (Venus-Gebirge), 1267
Maxwell, James Clerk, 254
Maxwell-Gleichungen, 593
Mayer, Julius Robert von, 817
Mead (Venuskraater), 1268
Mead, Margaret, 1268
Meissner, Alexander, 1896
Meissner-Oszillator, 1896
Meitner, Lise, 1138
Melasse, 1034
Melodie (Def.), 426
Merkur (Planet), 1257
Messenger (Raumsonde), 1257
Messier, Charles, 1202
Metamerie, 1595
Metrischer Raum, 657
Meyer, Stefan, 757
Michelson, Albert Abraham, 229
Mid Pleistocene Transition (Def.), 995
Mikrophon, 1885
Mikroskop, 1579
Mikroskop, inverses, 1581
Mikrowellenherd, 603
Milankovic, Milutin, 1008
Milankovic-Zyklen, 1008
Millikan, Robert Andrews, 547
Mindel-Eiszeit, 995
Minimum e. Funktion, 195
Minkowski, Hermann, 252
Minkowski-Raum, 252
Minsky, Marvin, 82
Mischungsentropie, 884
Mischungslücke v. Loesungen, 882
Mises, Richard Edler von, 679
mittelatlantischer Rücken, 1235
Mittelwert, gleitender e. Signals, 1895
Mittelwertsatz d. Diff.-Rechnung, 168
Moderator, (Kerntechnik), 784
Mohs, Friedrich, 1704
Molekular-disperse Mischung, Def., 880
Moll-Tonleiter, 427
Moment, magnetisches, 565
Momente, höhere e. Zufallsgrösse, 686
Mondfinsternis, 375
Mondphase, 371
Monier, Joseph, 1754
Monotonie e. Funktion, 157
Moore's Law, 1848
Morgan, William Wilson, 1608
Morley, E.W., 230
Morphologie eines Materials, 1664
Mossotti, Ottavio Fabrizio, 538
Mouton, Henri, 1456
Mozart, Wolfgang Amadeus, 432, 434
Mueller, Hans, 1446
Mueller-Matrix, 1446
Multiplexing-Verf., Datenübertrg., 1935
Munk, Franz, 1614
Musik (Def.), 421
Nabla-Operator, Def., 182
Nahfeldbereich e. Strahlungsquelle, 1482
Nambu, Yoichiro, 1146
Natürliche Zahlen, Def., 151
Naturton e. Instrumentes, 437
Navier, Claude Louis Marie Henri, 893
Navigation (Ortung), 378
Ne'eman, Juval, 1144
Negation, logische, 1920
Neigungskontrast b. opt. Abb., 1523
Neptun (Planet), 1328

- Nernst, Walther Hermann, 913
 Nernst-Stift, 1499, 1792
 Nernstsches Waermetheorem, 913
 Netzebene, 1123
 Netzstellen e. Polymer-Netzwerks, 1737
 Neumond, 371
 Newton, Sir Isaac, 56
 Newtonscher Reibungsansatz, 1767
 Nichtgleichgewichtszustand e. Systems, 891
 Nickolson, William, 896
 Niepce, Joseph Nicéphore, 1562
 Nordheim, Lothar Wolfgang, 636
 Nordpol e. rotierenden Körpers, 213
 Nordpol, magnetischer, Def., 564
 Norm eines Vektors, Def., 657
 Norm-Atmosphäre, 966
 Normfarbtafel, 1612
 notwendige Bedingung, 138
 Noyce, Robert, 1847
 Nullfolge, Def., 154
 Nullmenge, 141
 Nullvektor, Definition, 652
 numerische Apertur e. Objektivs, 1466
 numerische Exzentrizität e. Ellipse, 106
 Nutationswinkel e. Drehung, 134
 Nutzbrumm, elektronischer, 1938
 Nyquist, Harry, 1884

 Oberflächenphysik, 885
 Oberflächenspannung, 885
 Objektgesetz, Def., 293
 Octave (Def.), 424
 Odeillo, 1557
 Oersted, Hans Christian, 581
 Oeschger, Hans, 997
 Offene Menge, Def., 144
 Ohm, Georg Simon, 894
 Oklo-Phänomen, 809
 Olbers, Hermann Wilhelm, 1342
 Oort, Jan Hendrik, 1349
 Oortsche Wolke, 1349

 Operator in e. Vektorraum, 672
 Operator, quantenmech. (Def.), 643
 Optical sectioning, 1541
 Optische Aktivität, opt.Drehung, 1452
 Optische Weglänge, 1434
 Optokoppler (elektronischer), 1848
 Ordnungsparameter, 877
 Orientierungs-Polarisation, 538
 orthogonale Abbildung, 129
 Orthogonalität von Vektoren, 118
 Orthogonalität v. Vektoren, 660
 Ortsvektor, 119
 Ostafrikanischer Graben, 1235
 Ostwald, Wilhelm, 904
 Ostwaldsches Verdünnungs-Gesetz, 904
 Oszillator, elektron., 1894
 Oszilloskop, 1955
 ozeanischer Rücken, 1234

 Pacioli, Luca, 464
 Packungsdichte, 1120
 PAL-Farbfernsehnorm, 1953
 Pangäa (Super-Kontinent), 1003
 Parabolrinne, 1556
 Parallaxenverfahren (Abstandsmessg), 340
 Parallel-Epiped, 1122
 Parallelität 2-er Geraden, 102
 Parallelprojektion (Elementargeom.), 114
 Paramagnetische Materialien, 577
 Parsec (astron. Längeneinheit), 1397
 Partialdruck e. Gases, 866
 partielle Ableitung, 176
 Pascal, Blaise, 302
 Passatwind, 978
 Passiver Zweipol, 1813
 Patterson, Clair Cameron, 1402
 Pauli-Prinzip der QM, 709
 Peano, Guisepppe, 151
 Peierls, Rudolf Ernst, 807
 Pendel, ballistisches, 353
 Pentode, E-Roehre, 1858
 Penzias, Arno Allan, 1372

- Perihel e. Ellipse, 106
Perihel-Drehung, 286
Perkins, Donald H., 1131
Perl; Martin Lewis, 1140
Perlmutter, Saul, 1379
Permeabilität, magnetische Vakuum-, 568
Permeabilität, relative magnetische, 575
Permutationen, kombinatorische, 690
pH-Wert (Def.), 902
Phase, thermodynamische, 861
Phasenübergang (Def.), 876
Phasenübergang 1. Art, 876
Phasenübergang 2. Art, 876
Phasendiagramm, 872
Phasenkontrast b. opt. Abb., 1526
Phasenmodulation, 1892
Phobos (Marsmond), 1286
Phosphoreszenz, 1444
Photometer, 1532
Photomultiplier, 1511
Photowiderstand, 1832
Piazzi, Guiseppe, 1343
Piezo-Effekt, 541
Pixel, 1511
Planck (Raumsonde), 1375
Planck, Max Karl Ernst Ludwig, 634
Plancksche Strahlungsformel, 934
planetarischer Nebel, 1198
Plastische Materialien, Def., 1717
plastische Zone, 1699
Plastische Zone e. Risses, 1668
Plattenkondensator, el. Bauteil, 1837
Plattentektonik, 1237
Pleistozän (Erdzeitalter), 995
Plejaden (offener Sternhaufen), 1364
Pluto (Zwergplanet), 1345
Pockels, Agnes, 885
Pockels, Friedrich Carl Alwin, 1455
Pockels-Effekt, 1455
Pogson, Norman Robert, 1178
Poincaré, Jules Henri, 253
Poisson, Siméon Denis, 187
Poisson-Gleichung, 187
Poisson-Verteilung, 693
Poissonzahl, 1682
Polarisation elektromagn. Strhlg., 1425
Polarisationsfilter, 1477
Polarkoordinatensystem (ebenes), 203
Polarkreis, 363
Polarlichter, 1387
Polarstern, 381
Poltzer, Hugh David, 1153
Polstärke, magnetische, 568
Poltergeist-Experiment, 1139
Polymerphysik, Definition, 1665
Polynomialverteilung, 693
Potenzial, elektrisches, 510
Potenzial, skalares, 188
Potenzielle Energie, 299
Potenzmenge, 142
Präzessionswinkel e. Drehung, 134
Preiswerk, Peter, 630
Pressen e. Formteils, 1759
Priestley, Joseph, 514
Prisma (opt. Bauelement), 1469
Prochorow, Aleksandr Michailowitsch, 1502
Produktmenge v. Mengen, 141
Projektionsoperator, 676
Proportionalabweichung, 1911
Proton-Proton-Zyklus, 1169
Pull-out-Prozess b. Composites, 1726
Pulsar, 1190
Pulvertechnologie, 1741
Purcell, Edward Mills, 1797
pyro-elektrisch, 542
Pyrolyse (Def.), 1788
Pythagoras von Samos, 110
Pythagoras, Satz des, 110
Quadratur/Amplitudenmodulation, 1893
Quantenausbeute e. Detektors, 1505
Quantenchromodynamik, 1152
Quantisierung der Strahlung, 628
Quantisierung, 2. der QM, 710

- Quark-Modell, 1144
 Quark-Teilchen, 1144
 Quasar, 1361
 Quasiteilchen (Def.), 751
 Quellendichte e. extensiven Grösse, 181
 Quotientenkriterium, 168

 r-Prozess, 766
 Röntgen, Wilhelm Conrad, 605
 Röntgenstrahlung, 605
 Rückkopplung von Systemen, 74
 Rüdenberg, Günther Reinhold, 1582
 Racemat-Mischung, 1454
 Radioaktivität, natürliche, 756
 Rahsegel, 406
 Raman, Chandrasekhare Venkata, 746
 Raman-Streuung, 746
 Randelement e. Menge, 145
 Rasterelektronenmikroskop, 1536
 Ratiodetektor (Demodulator), 1891
 Rationale Zahlen, Def., 152
 Raumartiger Abstand, 238
 Raumbestrahlungsstärke, 1486
 Rauschen, elektronisches, 1883
 Rayleigh, John William Strutt, 927
 Rayleigh-Streuung v. Licht, 1444
 Reaktions-Entropie, 857
 Reaktionslaufzahl e. chem. Reaktion, 851
 rechts- (links-)drehendes opt. Mat., 1453
 Reelle Zahlen, Def., 153
 Reelles Bild e. opt. Abb., 1461
 Reflexionsgesetz, 1433
 Regelung, Def., 1908
 Reguläre komplexe Funktion, Def., 485
 Reibung, Def., 1764
 Reibungskoeffizient, 1767
 Reibungsschicht, Peplosphäre (Def.), 966
 Reihe, mathem. Def., 156
 Reines, Frederick, 1139
 Reintransmission, 1443
 Relais, elektrisches, 1851
 Relais-Optik, 1530
 Relais-Optik, wiederholte, 1531
 Reproduzierbarkeit e. Messgeräetes, 1528
 Reservoir e. extensiven Grösse, 309
 Response eines Systems, 73
 Retina (Netzhaut), 1574
 Reversible Prozesse, 826
 Reynold, Osborn, 53
 Rhea (Saturnmond), 1313
 Ricci-Curbastro, Gregorio, 279
 Richer, Jean, 1395
 Richter, Burton, 1131
 Richtungskosinus, Def., 115
 Riemann, Georg F.B., 154
 Riemann-Integral, Def., 162
 Riesenstern (Def.), 1184
 Riess, Adam Guy, 1379
 Riss, materialwissenschaftl. Def., 1667
 Riss-Eiszeit, 995
 Robertson, Howard Percy, 282
 Robertson-Walker-Metrik, 282
 Rodinia (Super-Kontinent), 1003
 Rodrigues, Benjamin Olinde, 664
 Rodrigues-Formel, 664
 Roemer, Ole, 226
 Rohrer, Heinrich, 1538
 ROSETTA, Raumsonde der ESA, 1337
 Rosse, Lord (Parsons, William), 1202
 Rotation eines Vektorfeldes, 185
 Rotationsenergie, 296
 Roter (orangener) Riese, 1184
 Ruhemasse e. Teilchens, 295
 run-away-Prozess, 552
 Ruska, Ernst, 1582
 Russell, Henry Norris, 1180
 Rutherford, Sir Ernest, 754
 Ryle, Sir Martin, 1190

 s-Prozess, 766
 Säkulargleichung, 673
 Sacharov, Andrej Dmitrijewitsch, 773
 Salpeter, Erwin Ernest, 1171

- Salpeter-Prozess, 1171
Sampling-Oszilloskop, 1960
Sarrus, Pierre Frédéric, 124
Sarrussche Regel, 124
Saturn (Planet), 1303
Savart, Felix, 582
Scanning-Konzept der Bilderzeugung, 1535
Schadenstoleranz (Def.), 1699
Schalldruckpegel, 329
Schaum, 887
Schawlow, Arthur Leonard, 1502
Scheitel e. Winkels, 102
Scherung e. Festkörper, 1676
Schichtwiderstand, el. Bauteil, 1831
Schirmgitter e. E-Röhre, 1857
Schlicht e. Faser, 1723
Schmelzprozeß kristall. Materialien, 1686
Schmerzgrenze b. Hören, 446
Schmidt, Brian Paul, 1379
Schmidt, Erhard, 660
Schmidt, Maarten, 1361
Schmidtsches Orthogonal.-verf., 660
Schmiegeebene, Def., 211
Schmitt, Otto Herbert, 1923
Schmitt-Trigger, 1923
Schneeball-Erde, 1021
Schnell, Hermann, 1732
Schonerbark (Schiffstyp), 409
Schott, Friedrich Otto, 1421
Schrägseilbrücke, 1669
Schrödinger, Erwin, 646
Schrödinger-Gleichung, zeitabh., 647
Schrödinger-Gleichung, zeitunabh., 646
Schwämme, Def., 887
Schwartz, Laurent, 69
Schwarz, Karl Herrmann Amandus, 658
Schwarzer Körper, Def., 933
schwarzes Loch, supermassereiches (SMBH), 1353
Schwarzsche Ungleichung, 658
Schwarzschild, Karl, 284
Schwarzschildlösung, 284
Schwarzschildradius, 284, 337
Schwerpunkt e. Bewegung, 214
Sehfähigkeit Sehvermögen, 1573
Selbstinduktion, 587
Sextant, 1585
Sheffer, Henry Maurice, 1920
Shefferscher Strich, 1920
Shimorura, Osamuro, 1524
Shockley, William Bradford, 85
Shupe, David L., 1150
SI-System der Basiseinheiten, 56
Siderisches Jahr, 358
Sieden einer Flüssigkeit, 867
Siemens, Ernst Werner v., 84
Siemens, Werner v., 1496
Sievert, Rolf, 800
Sigma-Ring, 681
Signaldynamik, 1506
Sintern e. Formteils, 1759
Sinus hyperbolicus, 111
Skalarprodukt (elementarmath.), 118
Skalarprodukt 2-er Vektoren, Def., 658
Slipher, Vesto Melvin, 1376
Smoot, George Fitzgerald, 1374
Snel, Willibrord van Royen, 1433
Software (Def.), 1933
Sol, 888
Sol-Gel-Übergang, 888
Solarkonstante, 2010
Solmisation (Musiklehre), 431
Sommerfeld, Arnold, 63
SONAR, 542
Sonnenfinsternis, 374
Sonnenspektrum, 1593
Sonnenwind, 1387
Sono-Lumineszenz, 1445
Spallation, 740
Spannbeton, 1753
Spannung, elektrische, 511
Spannungsüberhöhung (Schwingkr.), 1865
Spannungsquelle, 1814
Spannungsregler, elektronischer, 1915

- Spannungssenke, 1817
 Spannungstensor, 1676
 Spannungszustand, 1-dimensional, 1682
 Spat (Parallel-Epipid), 1122
 Spatprodukt, 127
 Spatprodukt 3-er Vektoren, 127
 Speichermodul eines Materials, 1684
 Spektralprodukt, 1634
 Sphärolith (Polymer-Morphologie), 1733
 Spiegel (opt. Bauelement), 1467
 Spiralgalaxie, 1352
 Sprödes Materialverhalten, 1698
 Spritzgiessen e. Formteil, 1759
 Spritzguss, 1728
 Sprungfunktion, 501
 Stäbchen (d. Augen-Retina), 1575
 stöchiometrische Koeffizienten, 850
 Stabilität v. Dispersionen, 888
 Stabilität, absolute, von Phasen, 872
 Stabilitätsgrenze, 863
 Stabilitätsbedingung f. Phasen, 862
 Stahlbeton, 1753
 Stahlkonstruktionen, 1752
 Stammfunktion, Def., 163
 Standardmodell (El.-teilchen), 1149
 Starrer Körper (Def.), 212
 Staub, kosmischer, 1156
 STED-Mikroskopie, 1544
 Stefan, Josef, 935
 Stefan-Boltzmann-Gesetz, 935
 Stehbildkamera, 1566
 Steife Materialien (Def.), 1681
 Steifigkeit, mechanische, 1709
 Steilheit einer Elektronenroehre, 1856
 Stellarator, 773
 Stern, Otto, 630
 Sternhaufen, 1363
 Sternschaltung, 616
 Stetigkeit e. Funktion, 157
 Stetigkeit e. topolog. Abb., 145
 Steuerung, Def., 1908
 Stichprobenraum, 680
 Stilwell, G.R., 249
 Stimmen e. Instrumentes, 436
 Stimmung e. Tonleiter, 428
 Stoß, elastischer u. inelastischer, 305
 Stoersignalabstand, 1937
 Stokes, George Gabriel, 186
 Strömgen, Bernd, 1608
 Strahl, geometr. Def., 102
 Strahlengang, vollständiger, 1518
 Strahlungsdichte, 1484
 Strahlungsdruck, 931
 Strahlungsfläche, effektive, 1482
 Strahlungsfluss, 1480
 Strahlungsfrost, 1094
 Strahlungshohlraum, 931
 Strahlungsstärke, 1482
 Strahlungswichtungsfaktor (Def.), 800
 Streuquerschnitt, 740
 Streuung e. Zufallsgrösse, 687
 Streuung v. elektromagn. Strahlg., 1444
 Streuungskontrast b. opt. Abb., 1522
 Stromüberhöhung (Schwingkr.), 1865
 Stromdichte, Def., 180
 Stromquelle, 1814
 Stromsenke, 1818
 Strukturformel (chem.), 743
 Summenformel e. Moleküls, 743
 Supernova, 1201
 Superpositionsprinzip der QM, 640
 Superrotation (e. Atmosphäre), 1271
 surjektive Abbildung, 143
 Suspension, 887
 Suszeptibilität, dielektrische, 535
 Suszeptibilität, magnetische, 575
 Suszeptibilität, verallgemeinerte, 493
 Symmetriebruch, 976
 Synchronisation e. Oszilloskops, 1955
 Synge, Richard L.M., 1786
 Syperheterodyn-Empfänger, 1944
 System, physikalisches (Definition), 72
 Systemantwort, 73
 Talbot, William Henry Fox, 1562

- Tamm, Igor Jewgenewitsch, 773
Tautologie, 138
Tautologien, logische, 1919
Taylor, Brook, 167
Taylorscher Satz, 167
Teifun, 1044
Teilchen, klassisches, 626
Temperatur (statistische Definiton), 911
Temperatur, Def., 819
Terzan, Agop, 1191
Tesla, Nicola, 566, 574
Tethys (Saturnmond), 1312
Thermische Zustandsgleichung, 839
thermokalorischer Effekt, 542
Thermoplastische Elastomere, 1738
Thomson, Sir Joseph John, 754
Thomson, William, 56
Tiefpass-Filter, 1866
Tiefsee-Rinne (Def.), 1235
Tierkreiszeichen, 382
Ting, Samuel Chao Chung, 1131
Titan (Saturnmond), 1315
Titius, Johann Daniel, 456
Titius-Bodesche Reihe, 456
Tokamak- Fusions-Reaktor, 772
Tolman, Richard Chase, 1193, 1378
Tolmann-Oppenheimer-Volkoff-Grenze, 1193
Ton (Werkstoff), 1742
Tonart, Def., 426
Tonintervall (Def.), 423
Tonleiter (Def.), 426
top-Quark, 1148
Topologie, Def., 144
topologischer Raum, 144
Tornado, 1044
Tornbaugh, Clyde William, 1345
Totalordnung (Algebra), 150
Totalreflexion, 1440
Townes, Charles Hard, 1502
Trägerfrequenz, 1887
Trägheitstensor, Def., 297
Trübungsmessung, Def., 1636
Transformator, 612
Transienten-Recorder, 1958
Transit eines Planeten, 373
Transmission, optische, 1442
Transmutation, 794
Transponierte e. Matrix, 122
Transponierte Matrix, 655
Treibhauseffekt, 947
Tribologie, Def., 1764
Triggerung e. Oszilloskops, 1955
Triode, elektr. Bauteil, 1856
Tripelpunkt e. Einteilchensystems, 867
Tripelpunkt v. Wasser, 874
Tropisches Jahr, 358
Tropopause, 966
Troposphäre, 966
Tsien, Roger Y., 1524
Tubuslänge e. Mikroskops, 1580
Tunneleffekt, 636
UBV-Farbmesssystem, 1608
Ueberlagerungs-Empfänger, 1944
Uebertragungsfunktion, 1910
ugly construction, 1964
Ulbricht, Fritz Richard, 1475
ultraviolette (UV-)Strahlung, 604
Umgebung e. Punktes; Def., 145
Umkehrfunktion, 158
Umsatzvariable e. chem. Reaktion, 851
Umspannwerk, 619
Unabhängigkeit, wahrsch.-theor., 681
Unbestimmter Ausdruck, 170
Universum, beobachtbares, 1377
Unschärferelation, 634
Untermenge, 140
Untervektorraum, 656
Up-Scaling, 1031
Uran-Blei-Methode (Altersbest.), 1402
Uranus (Planet), 1324
Urmaterie, kosmische, 1156
UTC, temps universelle coordonnée, 347
UV-Katastrophe, 928

- Vakuum-Energiedichte, 309
 Valles Marinenses (Mars-Canyon), 1276
 Varactor (Kapazitätsdiode), 1840
 Varian, Russel Harrison, 602
 Varian, Sigurd Fergus, 602
 Varianz einer Zufallsgroesse, 686
 Variationen, kombinatorische, 690
 Varistor, 1833
 Vastitatis borealis (Flachebene a.d. Mars),
 1276
 Vektorpotenzial, Def., 191
 Vektorprodukt, 126
 Venus (Planet), 1265
 Verdränger (Schiffstyp), 413
 Vereinigungsmenge, 141
 Verfärbungsinvarianz, Farbkennung, 1595
 Verfahrenstechnik, 1031
 Verformbarkeit eines Materials, 1711
 Verlustmodul eines Materials, 1684
 Verschiebungspolarisation, 537
 Verstärkung v. Materialien, 1721
 Verstimmung, reduzierte, 1862
 Verteilungsfunktion, 682
 Verträglichkeit z.B. von Polymeren, 1688
 verzögerte Neutronen (Kernspaltung), 780
 Verzeichnung e. Linse, 1465
 Verzerrungstensor, 1675
 Vesta (Asteroid), 1342
 Vierpol, elektronischer (Def.), 1819
 Vignettierung, 1518
 Villard, Paul Ulrich, 757
 Virialentwicklung (Zustandsfkt.), 847
 Virtuelles Bild e. opt. Abb., 1577
 Visko-Elastizität von Materialien, 1684
 Visus (Def.), 1573
 Voigt, Woldemar, 276
 Voigtsche Notation, 1681
 Vokaltrakt (Sprachorgan), 441
 Volksempfänger, 1943
 Vollmond, 371
 Vollständigkeit (mathem.), 660
 Volta, Alessandro Guiseppe Graf, 510
 Volumenausdehnungskoeff., therm., 834
 Volumenenergie, 302
 Vorkoff, George Michael, 1192
 Vulkanisierung v. Kautschuk, 1736
 Wärmeübergang, Def., 1036
 Wärmeübergangskoeffizient, 1036
 Wärmekapazität, spez.(konst. Vol.), 832
 Wärmekapazität, spez.(konst.Druck), 833
 Wärmekonvektion, 1036
 Wärmekraftmaschine, 1051
 Wärmeleitfähigkeit, Def., 1035
 Wärmepumpe, 1068
 Wärmereservoir, 827
 Würm-Eiszeit, 995
 Wüste, Def., 987
 Waage, Peter, 859
 Waals, Johannes Diderik van der, 847
 Waermeschutzfilter, 1474
 Wahrscheinlichkeitsdichte, 683
 Wahrscheinlichkeitsmass, 681
 Wahrscheinlichkeitsrechnung, 678
 Walker, Arthur Geoffrey, 282
 Walker, Sir Gilbert Thomas, 980
 Walker-Zirkulation, 980
 Wankel, Felix, 82
 Warmzeit (Def.), 992
 Wasserstoff-Technologie, 1091
 Watt, James, 817
 Weber, Wilhelm Eduard, *see d*
 Wechselwirkung, starke, 1150
 Wegener, Alfred, 1239
 Weißpunkt, 1600
 Weichmacher, 1688
 Weisser Zwerg, 1187
 Weizsäcker, Carl Friedrich v., 1170
 Welle, klassische, 627
 Welle-Teilchen-Dualismus, 631
 Wellenfunktion (Quantenmech.), 642
 Wellenlänge, Def., 172
 Wellenwiderstand e. Vierpols, 1828
 Weltmodell, oeriodisches/nichtperiodisches,
 1379

- Weltzeit TAI, 347
Werkstoffe vom Typ 1, 1728
Widerspruchsbeweis, 140
Widerstand, elektrischer (ohmscher), 1830
Widerstand, innerer, e. El.-Röhre, 1856
Widerstands-Beiwert (strömungstechn.),
323
Widerstandsrauschen, 1883
Wien, Wilhelm Karl Werner, 928
Wien-Brücke, 1873
Wiener, Norbert, 74
Wiensches Verschiebungsgesetz, 935
Wilczek, Frank, 1153
Wilkinson, David, 1374
Wilson, John Tuzo, 1240
Wilson, Kenneth G., 71
Wilson, Robert Woodrow, 1372
Wilson-Zyklus, 1240
Windkraftanaloge, 397
Winkelbeschleunigung, Def., 213
Winkelfunktionen, Def., 107
Winkelgeschwindigkeit, Def., 213
Winkelvergrößerung, optische, 1574
Wirbelfelder, reine, 191
Wirkungsgrad, allgem. Def., 1055
Wirkungsquerschnitt, 741
Wismut (Uran-Bergbau), 791
WMAP (Raumsonde), 1374
Wolke, Def., 970
Wollaston, William Hyde, 733
Wright, William David, 1592

Xanadu (Titan-Region), 1317

Young, Thomas, 1422
Ypsilon-Meson, 1147
Yukawa, Hideki, 1151
Yukawa-Potenzial, 1151

Zähigkeit eines Materials, 1699
Zäpfchen (d. Augen-Retina), 1574
Zeemann, Pieter, 1796
Zeemann-Effekt, 1796
Zeiss, Carl, 84
Zeitartiger Abstand, 238
Zeitdilatation, 240
Zement, 1743
Zener, Clarence Melvin, 1842
Zenerdiode, 1842
Zentralbewegung, 217
Zentralprojektion (Elementargeom.), 114
Zernike, Frits, 1526
Zewail, Ahmed H., 1423
Zufallsgrösse, 682
Zufallsvektor, 682
zusammenhängend, topologisch, 146
Zuse, Konrad Ernst Otto, 1852
Zustands-Verteilungsfunktion, 908
Zustandsdichte, 923
Zustandssumme, 917
Zustandssumme, grosskanonische, 920
Zweig, George, 1144
Zweipol, elektronischer, 1812
Zweistoffsystem, Def., 874
Zweistrahl-Oszilloskop, 1956
Zwerg-Galaxie, 1351
Zwerge, braune, 1186
Zwicky, Fritz, 1189
Zwillingsparadoxon, 240
Zwischenfrequenz, 1944
zyklonisch, zyklonal, 983