

Heft 14
ELEKTRONIK - TÄGLICHES WERKZEUG DES
EXPERIMENTALPHYSIKERS (-)

Die Elektronik wird sicherlich niemand den elektrotechnischen Ingenieurwissenschaften streitig machen und als ein originäres Fachgebiet der Physik ansehen wollen. Dennoch macht jeder Experimentalphysiker bereits zu Beginn seiner wissenschaftlichen Laufbahn die Erfahrung, dass er nicht ohne ein solides handwerkliches Basiswissen auskommt über elektronische Messverfahren und Geräte, über individuelle Schaltungsaufbauten und insbesondere über die fachgerechte Verknüpfung all dieser elektronischen Module zu einem optimal funktionierenden Messsystem. Das gilt selbst dann noch, wenn er die Möglichkeit hat, im Rahmen seiner Arbeitsgruppe sachkundige Unterstützung durch Elektronik-Spezialisten zu finden.

An dieser Situation hat sich auch in den letzten Jahrzehnten nichts Grundsätzliches geändert. Wohl haben die Möglichkeiten, auf Industriell gefertigte preiswerte elektronische Geräte und Module zurückzugreifen, extrem zugenommen, so dass heute beim Aufbau eines physikalischen Messplatzes nur noch in Ausnahmefällen ganze Baugruppen individuell entwickelt und gefertigt werden. Dennoch lässt die Auswahl und der Zusammenbau all dieser Baugruppen noch genügend Raum für typische Anfängerfehler, die nicht selten auch noch von Physikern mit mehrjähriger Berufserfahrung gemacht werden. Ein mangelhaftes elektronisches Basiswissen kann daher auch heute den Erfolg einer experimentellen physikalischen Arbeit ernsthaft gefährden.

Ich möchte versuchen, dieses Basiswissen in den nun folgenden Kapiteln zu vermitteln, und beginne mit der Erläuterung einer hierarchisch strukturierten Sprechweise, die ich nachfolgend versuchen werde, konsequent durchzuhalten: Die Grundbausteine, aus denen alle elektronischen Module aufgebaut sind, sind die Bauteile oder *Bauelemente*, also Widerstände, Kondensatoren, Transistoren, Festkörperschaltkreise etc. . Die funktionsgerechte Verbindung derartiger Bauelemente zu einer Einheit, die eine bestimmte elementare Verhaltensweise zeigt, nennen wir eine *Schaltung*. Beispiele hierfür sind Spannungsverstärkerschaltungen, digitale Gatterschaltungen etc. . Sobald mehrere derartige Schaltungen miteinander verbunden worden sind, um eine schon etwas komplexere Funktion zu erfüllen, werden wir von einer *Baugruppe* sprechen. Als Beispiele nenne ich ein mehrstelliges Rechenregister in einem Digitalrechner, einen Analog/Digitalwandler oder ein Ansteuermodul für ein LCD-Display. Die Zusammenschaltung einer gewissen Anzahl von Baugruppen ergibt schließlich

das elektronische *Gerät*, dessen Funktionsweise in einer *Aufgabenstellung* spezifiziert worden ist.

14.1 Elektronische Systeme, Response-Funktionen (*)

Elektronische Geräte und Baugruppen sind Systeme im Sinne des Abschnitt 2.6. Sie besitzen eine Reihe von elektrischen Anschlüssen, nämlich Signaleingänge, Signalausgänge sowie Anschlüsse für die elektrische Versorgung. Ihr Verhalten liegt fest, wenn der Zusammenhang zwischen den an den Signaleingängen und den Signalausgängen auftretenden elektrischen Werten bekannt ist. Diesen funktionellen Zusammenhang haben wir im Abschnitt 2.6 als *Responsefunktion* bezeichnet und für diese Klasse von Funktionen eine Reihe von Zusammenhängen und Gesetzen erarbeitet. Alle diese Gesetze können wir nun direkt in die Elektronik übernehmen. Die ebenfalls bereits im Abschnitt 2.6 erarbeitete Darstellung der Responsefunktionen sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich erweist sich in der Elektronik nur noch sehr eingeschränkt als gleichwertig. Im Bereich der analogen Signalverarbeitung (Abschnitt 14.3) überwiegt eindeutig die Relevanz der Darstellung im Frequenzbereich. Deswegen werden wir hier meist unmittelbar mit dieser Art der Darstellung beginnen. Im Bereich der digitalen Signalverarbeitung (Abschnitt 14.6) spielt die Darstellung im Frequenzbereich dagegen nur eine untergeordnete Rolle.

14.1.1 Die Topologie elektronischer Systeme (-)

Die elektromagnetischen Vorgänge in elektronischen Systemen finden in den (aktiven und passiven, s.u.) elektronischen Bauelementen oder Baugruppen und in den sie verbindenden elektrischen Leitungen (Kabel, Leiterbahnen von sog. gedruckten Schaltungen, leitfähige Verbindungen in Festkörper-Schaltkreisen (engl. *integrated circuits ICs*) etc.) statt. Anstelle der für das gesamte Raum/Zeit-Kontinuum geltenden Maxwell-Gleichungen werden daher zu ihrer Beschreibung Beziehungen benötigt, die bereits auf diese Leitungen und Bauelemente oder Baugruppen beschränkt sind.

Die wichtigsten topologischen Basiselemente einer Netzes von Leitungen sind *Knoten*(punkte) und (Leiter-) *Schleifen*, s. Abb. 1. Leiterschleifen entstehen durch

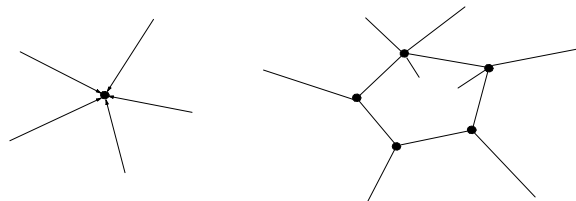


Abb. 1 Struktur eines Leitungsknotens und einer Leiterschleife

eine sich schließende Serie von Verbindungen zwischen Knotenpunkten. In einem be-

beliebig strukturierten Netzwerk können einige der Leitungsschleifen nochmals miteinander verbunden sein, so dass hierdurch weitere Schleifen entstehen. Dabei gehören dann einige Leitungsverbindungen mehr als einer Schleife an. Als einziges zusätzliches Strukturelement, das zum Aufbau eines beliebig vorgegebenen Netzwerkes noch benötigt wird, kommt dann noch das einseitig offene Leitungsstück hinzu. Dessen Ende können wir aber wieder als Leitungsknoten mit nur einem Leitungsanschluss auffassen, so dass wir die Anzahl der relevanten Strukturelemente wieder auf Knoten und Schleifen reduziert haben. Mit Hilfe von Gesetzen, die für Leitungsknoten und -schleifen gelten, lässt sich daher das Verhalten eines beliebigen Netzwerkes vollständig beschreiben.

Wir setzen o.B.d.A. voraus, dass ein Leitungsknoten nicht gleichzeitig Ort einer Stromquelle (s. Absatz S. 1827) ist, d.h. wir verständigen uns darauf, dass Stromquellen immer als separate, zwischen 2 Leitungsknoten explizit lokalisierte Elemente erfasst werden. Dann ist für jeden Leitungsknoten die diskretisierte Formulierung der aus dem Erhaltungssatz für die elektrische Ladung im Kontinuum geltenden Beziehung

$$\operatorname{div} j = 0 \quad (14.1)$$

erfüllt. Diese erhalten wir, indem wir die Stromdichte durch die in den Leitungen fließenden Ströme ersetzen:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (14.2)$$

Dabei sind (z.B.) alle in den Knoten hineinfließenden Ströme als positiv zu zählen. Die Gl. 14.2 gilt nicht nur für einen realen Knoten, sondern ebenso für jeden endlich ausgedehnten Knoten, den man durch eine gedachte und beliebig gewählte geschlossene Kurve innerhalb eines elektronischen Netzwerkes gebildet hat, s. Abb. XXX. (XXX: Diese Abb. ist noch nicht verfügbar.) Solange dieser Knoten keine Stromquellen enthält, gilt auch dann für die Summe aller Ströme, die in den von dieser gedachten Kurve durchschnittenen Leitungen fließen, die Gl. 14.2.

Auch innerhalb einer (realen) Leitungsschleife gilt, dass das elektrische Potenzial eindeutig ist. Die der Gl. 3.436 entsprechende diskretisierte Formulierung lautet

$$\sum_{i=1}^{n-1} U_{(i+1),i} = 0 \quad (14.3)$$

$U_{i+1,i}$ ist dabei die zwischen den beiden Knoten $(i+1)$ und (i) herrschende elektrische Spannung. Alle Spannungen sind dabei der Zählrichtung entsprechend vorzeichenrichtig zu bewerten. Diese beiden Gl. 14.2 und 14.3 werden heute in der Literatur allgemein als die *Kirchhoffschen Regeln* bezeichnet. Sie wurden von Kirchhoff bereits während seiner Studienzeit in den Jahren 1845/46 in Königsberg formuliert. Allerdings findet sich eine mit diesen Gl.-en identische Aussage in von Ohm bereits 1827 publizierten Arbeiten. Wir werden diese Gl.-en in den nun folgenden Kapiteln immer wieder verwenden.

14.1.2 Elektronische Zweipole (*)

Die topologisch einfachste Struktur einer elektronischen Schaltung ist der *Zweipol*, also ein *schwarzer Kasten* mit 2 elektrischen Anschlüssen, s. Abb. 2. Im In-

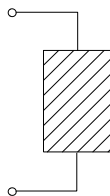


Abb. 2 Elektronischer Zweipol

neren dieses Zweipols können beliebig komplizierte Prozesse ablaufen, nach außen hin können sie sich dennoch nur in der Weise artikulieren, dass sie einen bestimmten Zusammenhang herstellen zwischen der zwischen den beiden Anschlüssen (1) und (2) herrschenden Spannung $U_{1,2}$ und (z.B., s. jedoch Absatz 14.1.2) dem in den Anschluss (1) hineinfließenden Strom* $I_1 = -I_2$ herstellen,

$$U_{1,2} = U_{1,2}(I_1) \quad (14.4)$$

Durch Angabe dieser Responsefunktion ist das Verhalten des Zweipols eindeutig festgelegt. Wie bereits im Abschnitt 4.2.6 diskutiert, kann diese Responsefunktion im allgemeinsten Fall ein sowohl nichtlineares wie auch nicht-instantanes Verhalten zeigen. Mit diesem allgemeinsten Fall werden wir uns allerdings in diesem Heft nicht befassen, sondern jeweils nur **eines** von beidem zulassen, die Nichtlinearität oder das nicht-instantane Verhalten. D.h. wir beschränken unsere Diskussion entweder auf genügend kleine Signalamplituden, die es gestatten, das Verhalten aller beteiligten Bauelemente als linear anzunähern, s. Absatz *Lineare Zweipole* ab S. 1828. Oder wir berücksichtigen das nichtlineare Verhalten gewisser Bauelemente, setzen dann aber voraus, dass dieses Verhalten explizite nur für den niederfrequenten Anteil des Signals relevant ist, s. Absatz *Nichtlineare Zweipole* ab S. 1830. Im höherfrequenten Anteil des Signals äußert sich dann die Nichtlinearität des Zweipols darin, dass die Kenndaten seiner Responsefunktion von dem aktuellen Wert des niederfrequenten Signalanteils abhängen.

Bevor wir uns diesen beiden Themen zuwenden, werden wir in aller Ausführlichkeit die Frage der Vorzeichenwahl für die relevanten Spannungen und Ströme behandeln. Danach werden wir in der Lage sein, zwischen sog. *aktiven* und *passiven* Zweipolen zu unterscheiden, ein Thema, das in den Lehrbüchern nicht immer mit der gebührenden Sorgfalt und Klarheit abgehandelt wird.

*Diese Formulierung ist nicht mehr als eine Vorzeichenkonvention: Wenn der am Anschluß (1) auftretende Strom wirklich in den Anschluß hineinfließt, wird er als positiv gezählt, im anderen Fall als negativ.

Vorzeichenkonvention / aktive u. passive Zweipole (-)

Wir diskutieren nun die Frage der Vorzeichenwahl für die Spannung $U_{1,2}$ und den Strom I_1 . Wir legen folgende Vereinbarung fest:

$$U_{1,2} > 0 \Leftrightarrow U_1 > U_2 \quad (14.5)$$

$$I_1 > 0 \Leftrightarrow \text{Der elektrische Strom fließt in den Kontakt (1) hinein} \quad (14.6)$$

$$I_2 > 0 \Leftrightarrow \text{Der elektrische Strom fließt aus dem Kontakt (2) heraus}$$

Diese Vereinbarung führt zu der Aussage:

Theorem 197 *Die in einem Zweipol umgesetzte elektrische Leistung*

$$J^{(E)} = U_{1,2} \cdot I_1 \quad (14.7)$$

ist genau dann positiv, wenn der Zweipol diesen elektrischen Energiestrom $J^{(E)}$ in einen nicht-elektrischen Energiestrom $J^{(X)}$ umwandelt.

I.a. erfolgt die Umwandlung in einen Wärmestrom $J^{(S)}$ und diese Größe $J^{(E)}$ wird meist als die an dem Zweipol auftretende *Verlustleistung* oder *Wirkleistung* bezeichnet. Wichtig erscheint mir darauf hinzuweisen, dass diese Aussage 197 dem allgemeinen Konzept der Dynamik **widerspricht**, wie wir es bereits im Abschnitt 3.3.2 eingeführt haben. Hier zählen wir Energieänderungen ΔE positiv, wenn sie der Energie des betrachteten Systems **hinzugefügt** werden! Ich habe mich an dieser Stelle (schweren Herzens) an die in der Elektronik durchgängig übliche Vorzeichenkonvention gehalten, obwohl es einen Bruch in der inneren Logik dieses Lehrbuchs darstellt. Diesen Unterschied gilt es daher bei allen konkreten Berechnungen wohl zu beachten.

Einen Zweipol mit der Eigenschaft

$$J^{(E)} = U_{1,2} \cdot I_1 \geq 0 \quad (14.8)$$

nennen wir einen *passiven Zweipol*. An ihm tritt immer eine positive Verlustleistung auf. D.h. er entzieht der an ihn angeschlossenen elektronischen Schaltung ständig einen elektrischen Energiestrom. Der Zweipol ist also eine *Energiestromsenke*.[†]

Entsprechend nennen wir einen Zweipol mit der Eigenschaft

$$J^{(E)} = U_{1,2} \cdot I_1 < 0 \quad (14.9)$$

einen *aktiven Zweipol*. Er schleust ständig in die an ihn angeschlossene elektronische Schaltung einen Energiestrom ein. Es handelt sich also um eine *Energiestromquelle*. Im **Inneren** dieses Zweipols fließt der elektrische Strom **gegen** die an den äußeren Anschlüssen des Zweipols anliegende Spannung an, also vom negativen zum positiven Potenzial! Technisch bedeutend sind 2 Grenzfälle einer Energiestromquelle:

[†]Den aus Sicht der Anwendung wenig relevanten Grenzfall $J^{(E)} = 0$ habe ich der Einfachheit halber dem passiven Zweipol zugeschlagen

1. Die *Spannungsquelle* mit der Responsefunktion

$$U_{1,2} = U_0 - I_1 \cdot R_i \quad (14.10)$$

Die Leerlaufspannung U_0 und der Innenwiderstand R_i sind die wichtigsten Kenndaten der betrachteten Spannungsquelle.

2. Die *Stromquelle* mit der Responsefunktion

$$I_1 = I_k - \frac{U_{1,2}}{R_i} \quad (14.11)$$

Der Kurzschlussstrom I_k und der Innenwiderstand R_i sind die wichtigsten Kenndaten der betrachteten Stromquelle.

Weil auch für eine Energiestromquelle das Prinzip der Energieerhaltung (Abschnitt 3.3.9) gelten muss, zeigt jeder aktive Zweipol alternativ eines der nachfolgend skizzierten Verhalten:

- Er ist lediglich für eine endliche Zeit in der Lage, dieses Verhalten der Energieabgabe beizubehalten; oder
- er ist zusätzlich zu seinen beiden elektrischen Signalkontakten noch auf eine weitere, zur Energieaufnahme geeigneten Weise mit der Umgebung verbunden.

Im ersteren Fall bezeichnen wir den Zweipol als eine *elektrische Batterie*. Diese wird immer nach einer gewissen Nutzungsdauer unbrauchbar, sie ist dann nicht mehr in der Lage, elektrische Leistung abzugeben. Sie kann aber eventuell durch einen zeitlich befristeten Anschluss an eine externe, elektrische Energie liefernde Versorgungseinheit wieder aufgeladen werden. Während dieses Ladevorgangs wird die Batterie dann zu einer *Spannungssenke*, s. Absatz ab S. 1830. Im zweiten Fall handelt es sich z.B. um ein an ein weiteres elektrisches Versorgungsnetz angeschlossenes *Spannungs-* oder *Stromversorgungsgerät*.

Lineare Zweipole (-)

Im einfachsten Fall ist die Responsefunktion $U_{1,2} = U_{1,2}(I_1)$ linear, aber nicht unbedingt instantan. Dann können wir alle in den Abschnitten 4.2.6 und 4.2.3 gelernten Konzepte und Zusammenhänge unmittelbar verwenden. Wir gehen daher unmittelbar zur Frequenzdarstellung über,

$$U_{1,2}(\omega) = U_{1,2}(I_1(\omega)) \quad (14.12)$$

und verwenden die durch die Gl. 4.82 wiedergegebene Tatsache, dass bei einer rein sinusförmigen Anregung $I_1(\omega)$ die Systemantwort ebenfalls sinusförmig ist und zwar von derselben Frequenz ω ,

$$U_{1,2}(\omega) = Z(\omega) \cdot I_1(\omega) \quad (14.13)$$

Die im Abschnitt 4.2.1 und in den darauf folgenden Abschnitt als *Suszeptibilität* bezeichnete komplexwertige Größe $Z(\omega)$ bezeichnen wir an dieser Stelle als *Impedanz* des Zweipols. Sie hat die Dimension *Spannung/Stromstärke = Widerstand*.

In der zur Gl. 14.13 grundsätzlich gleichwertigen Formulierung

$$I_1(\omega) = Y(\omega) \cdot U_{1,2}(\omega) \quad (14.14)$$

wird die Größe $Y(\omega)$ als (i.a. ebenfalls komplexwertiger) *Leitwert* des Zweipols bezeichnet.

Ist $Z(\omega)$ frequenz-unabhängig und reell,

$$Z(\omega) = \text{const.} = R \in \mathbb{R}^1 \quad (14.15)$$

so bezeichnet man den Zweipol als einen (ohmschen) *Widerstand*. Technische Bauelemente, die in guter Näherung einen ohmschen Widerstand approximieren, werden wir im Abschnitt 14.2.1 kennen lernen. An dieser Stelle ist der Hinweis auf die unmittelbar aus den Kramers-Kronig-Gleichungen (Gl. 4.87 und 4.88) folgende Aussage hilfreich: Ist die Impedanz eines Zweipols bei ausreichend tiefen Frequenzen reellwertig, und verändert sie sich ab einer gewissen Grenzfrequenz signifikant in ihrem Betrag, kann sie zwangsläufig nicht für alle Frequenzen reellwertig bleiben. Diese generell gültige Aussage wird uns noch an vielen Stellen gute Dienste leisten.

Der im Abschnitt 4.2.4 geführten allgemeinen Diskussion über (beliebige) Systeme mit einfach strukturierten Suszeptibilitäten folgend werden wir erwarten, dass auch bei den elektronischen Zweipolen solche mit rein imaginärer Impedanz existieren und zwar von der Form

$$Z_1 = i \cdot \omega \cdot L ; L \in \mathbb{R}^1 ; L > 0 \quad (14.16)$$

$$Z_2 = -\frac{i}{\omega \cdot C} ; C \in \mathbb{R}^1 ; C > 0 \quad (14.17)$$

Ein Bauteil mit einem Zweipolverhalten gem. Gl. 14.16 bezeichnen wir als *Induktivität*, diese Bauteile werden wir im Abschnitt 14.2.2 behandeln. Die durch Gl. 14.17 spezifizierte Impedanz ist die der *Kondensatoren*, s. Abschnitt 14.2.3.

Im Gegensatz z.B. zu der im Abschnitt 12.3.1 diskutierten Problemstellung entspricht das Produkt aus Anregung X und Systemantwort Y bei einem elektrischen Zweipol nicht einer Energie, sondern einem **Energiestrom**, der im Bereich der Elektrotechnik und Elektronik als *Leistung* bezeichnet wird,

$$J^{(E)} = U \cdot I \quad (14.18)$$

Im Fall der periodischen Anregung gilt für den zeitlichen Mittelwert der Leistung

$$\begin{aligned} \langle J^{(E)} \rangle &= \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int_t^{t+T} U \cdot I^* \cdot dt' \\ &= \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int_t^{t+T} Z(\omega) \cdot I_0 \cdot e^{i\omega \cdot t} \cdot I_0 \cdot e^{-i\omega \cdot t} \cdot dt' = Z(\omega) \cdot \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2 \end{aligned} \quad (14.19)$$

D.h. der **Realteil** der komplexen Impedanz bestimmt die bei einer periodischen Anregung vom System aufgenommene (oft als *Wirkleistung* bezeichnete) Leistung, und der **Imaginärteil** $Z''(\omega)$ bestimmt die *Blindleistung*, d.h. die in periodischem Wechsel zunächst gespeicherte und danach an das anregende System wieder abgegebene elektrische Leistung.

Im Fall periodischer elektrischer Signale bezeichnen wir einen Zweipol dann als *aktiv*, wenn der Realteil der komplexen Impedanz $Z(\omega)$ negativ wird,

$$Z'(\omega) < 0 \quad (14.20)$$

Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung liegt dann im Bereich

$$\frac{3}{2} \cdot \pi \leq \varphi \leq \frac{5}{2} \cdot \pi \quad (14.21)$$

Auch in diesem Fall ist die von dem Zweipol aufgenommene elektrische (Wirk-)Leistung, die wir über die Gl. 14.19 berechnen, **negativ!** Ein derartiges Verhalten lässt sich z.B. mit einem Bauelement erreichen, das die in der Abb. 3 dargestellte Kennlinie hat, in dem rot gezeichneten Kurventeil also einen negativen differentiellen Widerstand besitzt. Verwendet man dieses Bauelement mit einer Gleichstromeinstellung,

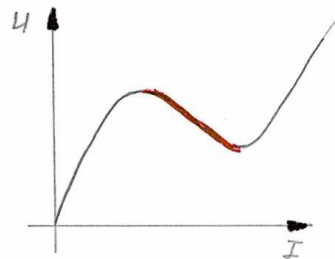


Abb. 3 Kennlinie $U = U(I)$ eines Zweipols mit teilweise negativem differentiellen Widerstand

die das Element stabil in einem Punkt innerhalb des roten Teils der Kennlinie hält, so ist deren für das Kleinsignalverhalten wirksamer Widerstand negativ reell! Die in einer derartigen Schaltung durch das Element in den Wechsignalsstromkreis eingebrachte elektrische Leistung bezieht das Element aus dem Teil der Schaltung, der für die Gleichstromeinstellung verantwortlich ist.

Nichtlineare elektronische Zweipole (*)

In diesem Absatz werden wir uns mit Zweipolen befassen, deren Kennlinie $U = f(I)$ nichtlinear ist. Dabei beschränken wir uns jedoch (s.o.) auf die Diskussion des quasistationären Verhaltens. Von besonderem Interesse sind hierbei die Beispiele, bei

denen diese Nichtlinearität neue technisch interessante Einsatzmöglichkeiten eröffnet, und nicht etwa nur einen eigentlich unerwünschten Störeffekt darstellt.

I.a. verhält sich auch ein nichtlinearer Zweipol bzgl. ausreichend kleiner Änderungen seines aktuellen Zustands annähernd linear,

$$U(I_A + \Delta I) \simeq U(I_A) + Z_d \cdot \Delta I \quad (14.22)$$

Z_d bezeichnet man dann als die *differenzielle Impedanz* des Zweipols, sie regelt das sog. *Kleinsignalverhalten* des Zweipols im *Arbeitspunkt* $(I_A; U(I_A))$. Je nach dem Verlauf der Kennlinie $U = f(I)$ von $I = 0$ bis $I = I_A$ schneidet die durch den Arbeitspunkt $(I_A; U(I_A))$ hindurchgehende Gerade

$$U = U(I_A) + Z_d \cdot \Delta I \quad (14.23)$$

als erstes die Spannungs- oder die Stromachse, s. Abb. 4. Im 1. Beispiel können

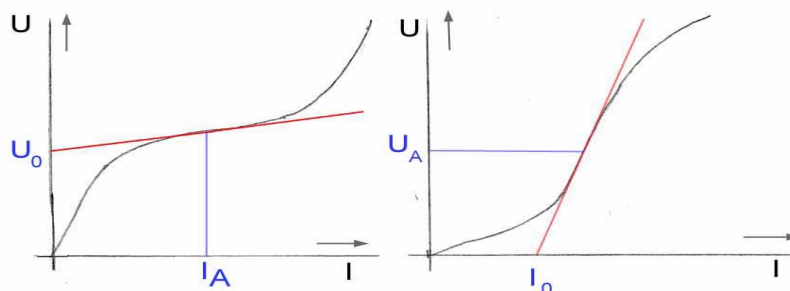


Abb. 4 2 Beispiele für die Kennlinien $U = U(I)$ nichtlinearer Zweipole

wir die Kennlinie $U = f(I)$ in der Nähe des Arbeitspunktes $(I_A; U(I_A))$ durch die Funktion

$$U = U_0 + Z_d \cdot I \quad (14.24)$$

approximieren; der Zweipol verhält sich in diesem Bereich wie eine *Spannungssenke* U_0 mit endlichem Innenwiderstand Z_d , s. Abb. 5. Dieser Zweipol verhält sich also auch in seinem Kleinsignalverhalten wie ein **passiver** Zweipol. Denn es gilt

$$U_0 \cdot I \geq 0 \quad (14.25)$$

Daher ist es nicht korrekt und irreführend, diesen Zweipol **Spannungssenke** in einer Schaltungsskizze mit demselben Symbol zu kennzeichnen wie eine **Spannungsquelle**. Mir ist jedoch kein anderes Kennzeichnungs-Symbol bekannt. Ich werde b.a.w. so vorgehen, dass ich in beiden Fällen zusätzlich zu der Angabe der Polarität die innerhalb des Zweipols vorliegende Stromrichtung mit angebe. Bei einer Spannungssenke verläuft dieser Pfeil dann vom Pluspol zum Minuspol.

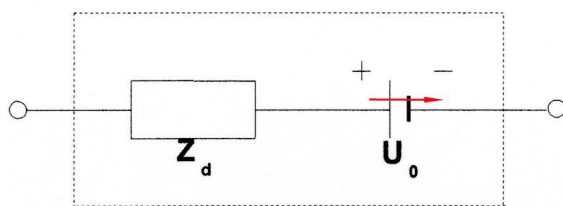


Abb. 5 Ersatzschaltbild des nichtlinearen Zweipols (1. Beispiel)

Im 2. Beispiel wird die Kennlinie durch die Funktion

$$I = I_0 + \frac{1}{Z_d} \cdot U \quad (14.26)$$

angenähert, und der Zweipol verhält sich wie eine *Stromsenke* I_0 mit endlichem inneren Leitwert $Y_d = \frac{1}{Z_d}$, s. Abb. 6. Auch dieser Zweipol verhält sich auch in seinem

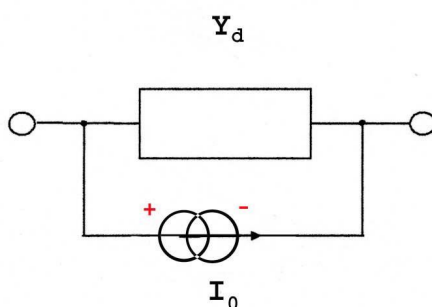


Abb. 6 Ersatzschaltbild des 2. Beispiels eines nichtlinearen Zweipols

Kleinsignalverhalten wie ein **passiver** Zweipol. Denn es gilt

$$U \cdot I_0 \geq 0 \quad (14.27)$$

Auch in diesem Fall ist es nicht korrekt und irreführend, diesen Zweipol *Stromsenke* in einer Schaltungsskizze mit demselben Symbol zu kennzeichnen wie eine *Stromquelle*. Auch hierfür ist mir kein anderes Kennzeichnungs-Symbol bekannt. Ich werde b.a.w. analog wie oben vorgehen, nämlich in beiden Fällen zusätzlich zu der Angabe der Stromrichtung auch die innerhalb des Zweipols vorliegende Spannungspolarität mit angeben. Bei einer Stromsenke liegt dann der Pluspol am Anfang und der Minuspol am Ende des Strompfeils.

Zweipole mit einem wie in der Abb. 4(a) angedeuteten Verhalten, für die

$$|Z_d| \ll \frac{U(I_A)}{I_A} \quad (14.28)$$

gilt, bilden die Basis für elektronische Schaltungen zur Spannungsstabilisierung, s. Abschnitt 14.5.3. Entsprechend eignen sich Zweipole mit einem in der Abb. 4(b) angedeuteten Verhalten zur Stromstabilisierung, vorausgesetzt es gilt

$$|Y_d| \ll \frac{I(U_A)}{U_A} \quad (14.29)$$

An dieser Stelle sind wir zum erstenmal dem Konzept der *Ersatzschaltung* begegnet, einer in der Elektronik beliebten und weit verbreiteten Vorgehensweise. Hierdurch wird ein komplexes, z.B. nichtlineares Verhalten eines Bauelementes oder einer Schaltung durch das Verhalten angenähert, das eine möglichst einfache Zusammenschaltung von idealisierten Bauelementen mit einfachem, z.B. linearem Verhalten besitzt. Das reale, diese Vereinfachung sprengende Verhalten des betrachteten Bauelementes wirkt sich dann so aus, dass die in der Ersatzschaltung auftretenden Kennwerte - in den obigen Beispielen also U_0 und Z_d bzw. I_0 und Y_d - keine Konstanten sind, sondern vom Arbeitspunkt und eventuell zusätzlich auch noch von gewissen äußeren Parametern abhängen. Vorteil des Ersatzschaltungs-Konzeptes ist u.a., dass für das Kleinsignalverhalten (s.o.) alle Berechnungen mit dieser Ersatzschaltung durchgeführt werden können. Die Wahl einer Ersatzschaltung ist i.a. nicht eindeutig durch die Problemstellung vorgegeben. In den meisten Fällen gibt es aber eine *günstigste Wahl* in dem Sinne, dass sich bei dieser ausgezeichneten Ersatzschaltung die Kenndaten bei einer Änderung des Arbeitspunktes weniger stark ändern als bei den übrigen Ersatzschaltungen.

Bei der konkreten Konzipierung und Berechnung einer elektronischen Schaltung unter Einsatz eines derartigen nichtlinearen Zweipols wird man i.a. nach Möglichkeiten suchen, den Arbeitspunkt des Zweipols auf eine Weise einzustellen, die das Kleinsignalverhalten möglichst wenig beeinflusst. Dann nämlich kann man diese beiden Schaltkreise, die für das Großsignal- bzw. für das Kleinsignalverhalten relevant sind, unabhängig von einander optimieren. Bei Schaltungen für die analoge Verarbeitung von Wechselspannungssignalen gelingt dies über den konsequenten Einsatz von Hochpassfiltern innerhalb des Signalverlaufs. Man spricht dann von wechselspannungsgekoppelten Signalschaltungen. Der im Absatz S. 1889 beschriebene Analog-Verstärker ist ein typisches Beispiel für eine wechselspannungsgekoppelte Signalschaltung.

Einen Sonderfall stellen nichtlineare Zweipole dar mit einer Kennlinie, die durch eine **ganz bestimmte** mathematische Funktion angenähert werden kann, z.B. durch eine Quadrat- oder Exponentialfunktion. Derartige Zweipole finden ihren Einsatz z.B. als Kernelement in einer elektronischen Schaltung, die im Rahmen einer analogen Signalverarbeitung gewisse mathematische Rechenoperationen ausführt, s. Abschnitt 14.5.2.

14.1.3 Elektronische Vierpole (*)

Als nächstes werden wir uns mit Schaltungen auseinandersetzen, die 4 Anschlüsse besitzen, s. Abb. 7. Ein solcher *Vierpol* tritt mit seiner elektronischen Umgebung

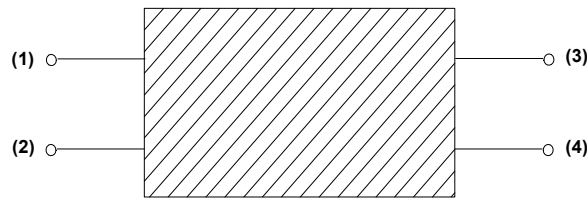


Abb. 7 Elektronischer Vierpol

über die 4 Ströme I_1 bis I_4 sowie über die 4 elektrischen Potentiale dieser Anschlüsse in Verbindung. Diese 4 Potentiale definieren 3 Spannungen, z.B. die Größen

$$U_{1,2} = U_1 - U_2 \quad (14.30)$$

und entsprechend $U_{3,4}$ und $U_{2,4}$. Sofern der Vierpol keine Stromquelle enthält, gilt auch für ihn die Gl. 14.2, jetzt also in der Form

$$\sum_{i=1}^4 I_i = 0 \quad (14.31)$$

Im allgemeinsten Fall ist daher der Zustand eines Vierpols durch die Angabe von 3 Spannungswerten und von 3 Stromwerten festgelegt.

Wir wollen uns nun mit Vierpolen befassen, bei denen 2 Anschlüsse als *Eingang* fungieren, d.h. die mit diesen Anschlüssen verknüpften Strom- und Spannungswerte werden *von außen* vorgegeben, während die verbleibenden 2 Anschlüsse als *Ausgang* wirken. D.h. mit Festlegung der Eingangswerte sind die mit den Ausgangsanschlüssen verknüpften Strom- und Spannungswerte nicht mehr vorgebar, sondern durch das Verhalten des Vierpols bereits weitgehend festgelegt. Der noch verbleibende Freiheitsgrad wird durch die Art der elektrischen Verbindung zwischen den beiden Ausgangsanschlüssen (durch deren *Abschluss*) ausgeschöpft. Wir bezeichnen die Eingangsanschlüsse mit der Kennung (1) und (2) und entsprechend die Ausgänge mit (3) und (4). Als weitere Vereinfachung setzen wir voraus, dass die Bedingung

$$I_1 = -I_2 = I_e \quad (14.32)$$

erfüllt ist und damit wegen Gl. 14.31 auch

$$I_3 = -I_4 = I_a \quad (14.33)$$

Diese Bedingung lässt sich nicht *beweisen*; vielmehr kann man sogar Schaltungen angeben, die als Vierpole betrachtet diese Bedingung verletzen. Aus mancherlei Gründen, die insbesondere mit der Stabilität elektronischer Schaltungen und ihrer Unempfindlichkeit gegenüber äußeren Störsignalen zusammenhängen, können wir aber davon ausgehen, dass die überwiegende Zahl der real eingesetzten Vierpole diese Bedingung erfüllen.

Aus Gründen, die uns sehr bald einleuchten werden, treffen wir für die Ströme folgende Vorzeichenkonvention: I_1 zählen wir positiv, wenn der Strom in den Anschluss (1) hineinfließt, und I_3 zählen wir positiv, wenn er aus dem Anschluss (3) herausfließt. Schließlich setzen wir auch noch voraus, dass die Spannung $U_{2,4}$ auf das Verhalten des Vierpols keinen Einfluss hat. Diese Irrelevanzbedingung für $U_{2,4}$ ist trivialerweise erfüllt, wenn die beiden Anschlüsse (2) und (4) im Inneren des Vierpols miteinander elektrisch verbunden sind, wir es also mit einem Dreipol zu tun haben, s. Absatz S. 1844. Es gibt aber auch andere Konfigurationen des Inneren eines Vierpols, die ebenfalls diese Bedingung erfüllen. Aus mancherlei Gründen, die wir erst Zug um Zug im Laufe dieses Heftes 10.1.1 einsehen werden, ist es nämlich günstig, in einer elektronischen Schaltung jede elektrische Spannung, die als Informationsträger fungiert, in ihrem Absolutpotenzial nicht beliebig variierbar zu belassen. Statt dessen stellt man für sie **wohl definierte** Verhältnisse her, indem z.B. einer der beiden Anschlüsse auf ein wohl definiertes **konstantes** Potenzial (z.B. auf Erdpotenzial) gelegt wird. Dieser Anschluss wird dann im Laborjargon als das *kalte Ende* dieses Signals bezeichnet. Gilt dieses Konzept sowohl für die Ausgangs- wie für die Eingangsspannung, dann ist natürlich die Spannung zwischen diesen beiden kalten Enden ohne Bedeutung für die Funktion der Schaltung. Eine weitere durchaus übliche Arbeitsweise besteht darin, den Mittelwert der beiden Potentiale U_1 und U_2 auf eine konstantes Potenzial zu legen. Bei dieser Arbeitsweise sind die beiden Anschlüsse (1) und (2) bzgl. dieser Referenzierung gleichwertig. Man spricht daher von einem *symmetrischen Ein- bzw. Ausgang*. Dieser hat bzgl. der Störsignalunterdrückung große Vorteile, s. Abschnitt 14.7.2.

Unter diesen nun zusammengetragenen Bedingungen werden sowohl der Eingang als auch der Ausgang des Vierpols durch genau 2 Werte festgelegt, d.h. es gilt

$$U_{1,2} = U_e ; U_{3,4} = U_a$$

$$U_a = U_a(U_e, I_e) \quad (14.34)$$

$$I_a = I_a(U_e, I_e) \quad (14.35)$$

Lineare Vierpole / Matrix-Kalkül (-)

Sofern der Zusammenhang zwischen den Eingangs- und den Ausgangsgrößen linear ist, lauten die Gl. 14.34 und 14.35 zusammengenommen in der aus dem Abschnitt 7.4.2 bekannten Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} U_e \\ I_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} U_a \\ I_a \end{pmatrix} \quad (14.36)$$

und der Vierpol ist durch Angabe dieser 4 Kennwerte A_{ik} vollständig beschrieben. Bei der Verwendung dieser Schreibweise hat es sich eingebürgert, formal die Eingangsgrößen U_e und I_e als die abhängigen Variablen zu behandeln und die Ausgangsgrößen

als die unabhängigen. Wegen der Eineindeutigkeit jeder linearen Funktion ist dies letztlich unerheblich. Der Vorteil dieser Konvention besteht u.a. darin, dass dann die Kennwerte A_{ik} passiver Vierpole alle positiv sind. In dieser Definition haben die Matrixelemente A_{ik} unterschiedliche Dimensionen: A_{11} und A_{22} sind dimensionslos, A_{12} hat die Dimension einer Impedanz (z.B. die Einheit Ohm) und A_{21} die eines Leitwertes (z.B. Ohm^{-1}). Zur Unterscheidung gegenüber anders strukturierten Formulierungen für den linearen Zusammenhang zwischen den Größen (U_e, I_e, U_a, I_a) hat die durch die Gl. 14.36 definierte Matrix den Namen *Kettenmatrix* erhalten, weil sie nämlich bei der unten erläuterten Kettenschaltung von Vierpolen von besonderem Nutzen ist. Der Vollständigkeit halber sei bereits an dieser Stelle angemerkt, dass sich dieser lineare Zusammenhang zwischen den Eingangs- und den Ausgangsgrößen auch in anderer Form darstellen lässt, z.B. derart dass die sich ergebende Matrix aus lauter Elementen von der Dimension eines Widerstandes besteht. Grundsätzlich sind diese verschiedenen Darstellungen einander gleichwertig. Die jeweiligen Matrizen lassen sich nach einem festen Formalismus in einander umrechnen. Je nach aktueller Fragestellung hat jedoch oft eine bestimmte Darstellung einen rechentechnischen Vorteil.

Die Kettenmatrixelemente A_{ik} eines real existierenden Vierpols lassen sich auf einfache Weise durch geeignet konzipierte Messungen bestimmen. Lassen wir bei einer Messung den Ausgang offen, dann gilt offenbar

$$I_a = 0 \Rightarrow U_e = A_{11} \cdot U_a ; I_e = A_{21} \cdot U_a \Rightarrow \quad (14.37)$$

$$\left(\frac{U_e}{I_e} \right)_{I_a=0} = Z_e(I_a = 0) = \frac{A_{11}}{A_{21}} \quad (14.38)$$

$$\left(\frac{U_e}{U_a} \right)_{I_a=0} = (\Gamma(I_a = 0))^{-1} = A_{11} \quad (14.39)$$

Schließen wir dagegen den Ausgang kurz, dann gilt

$$U_a = 0 \Rightarrow U_e = A_{12} \cdot I_a ; I_e = A_{22} \cdot I_a \Rightarrow \quad (14.40)$$

$$\left(\frac{U_e}{I_e} \right)_{U_a=0} = Z_e(U_a = 0) = \frac{A_{12}}{A_{22}} \quad (14.41)$$

$$\left(\frac{I_e}{I_a} \right)_{U_a=0} = (\gamma(U_a = 0))^{-1} = A_{22} \quad (14.42)$$

Z_e ist die Eingangs-Impedanz des Vierpols. Die durch die Gl. 14.39 definierte Größe Γ wollen wir als die (relative) *Spannungsübertragung* des Vierpols bezeichnen und analog dazu die durch die Gl. 14.42 definierte Größe γ als dessen (relative) *Stromübertragung*. Die Messung der Eingangs-Impedanz bei offenem und bei kurzgeschlossenem Ausgang sowie der Spannungsübertragung bei offenem Ausgang bzw. der Stromübertragung bei kurzgeschlossenem Ausgang lässt sich i.a. problemlos durchführen. Aus diesen Messwerten ergeben sich dann die 4 Kettenmatrixelemente A_{ik} über die Gl.-en 14.38, 14.39, 14.41 und 14.42.

Schließen wir nun 2 derartige Vierpole **A** und **B** in Form einer Kette hinter einander (s. Abb. 8), so wirken - auf Grund der zu Beginn dieses Abschnitts

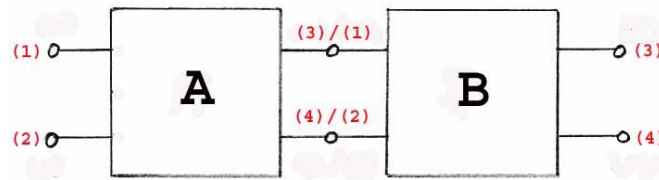


Abb. 8 Hintereinanderschaltung zweier Vierpole A und B

getroffenen Vorzeichenkonvention auch vorzeichenrichtig - die Ausgangsgrößen des 1. Vierpols als Eingangsgrößen für den nachfolgenden. Wie man leicht nachrechnen kann, ergeben sich die Kennwerte C_{ik} des durch diese Kettenschaltung entstandenen neuen Vierpols **C** nach den Rechenregeln der Multiplikation quadratischer Matrizen, s. wieder Abschnitt 7.4.2,

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \quad (14.43)$$

$$C_{ik} = \sum_{l=1}^N A_{il} \cdot B_{lk} \quad (14.44)$$

hier also

$$\begin{aligned} C_{11} &= A_{11} \cdot B_{11} + A_{12} \cdot B_{21} \\ C_{12} &= A_{11} \cdot B_{12} + A_{12} \cdot B_{22} \\ C_{21} &= A_{21} \cdot B_{11} + A_{22} \cdot B_{21} \\ C_{22} &= A_{21} \cdot B_{12} + A_{22} \cdot B_{22} \end{aligned} \quad (14.45)$$

Mit Hilfe des Matrizenkalküls lässt sich also jeder Vierpol, der durch Kettenschaltung gewisser Bestandteile entsteht, auf einfache Weise berechnen, sobald nur die Matrizen dieser Bestandteile bekannt sind. Wir werden dies in den nachfolgend behandelten Beispielen näher kennenlernen. Hierzu berechnen wir die Matrix der beiden einfachsten, in Abb. 9 wiedergegebenen Vierpole. Wie man leicht nachrechnen kann, gehört zu dem 1. Vierpol, dem parallel zu den Ein- und Ausgängen liegenden Leitwert Y , die Matrix

$$\mathbf{A}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix} \quad (14.46)$$

und zu dem 2. Vierpol, der zwischen Eingang und Ausgang liegenden Impedanz Z , die Matrix

$$\mathbf{A}^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14.47)$$

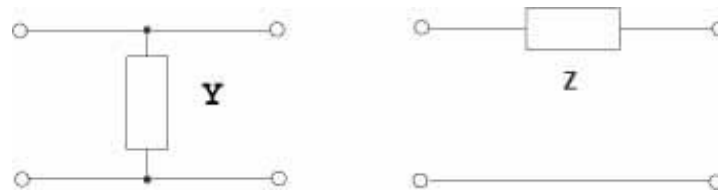


Abb. 9 Schaltskizze der beiden Basis-Vierpole

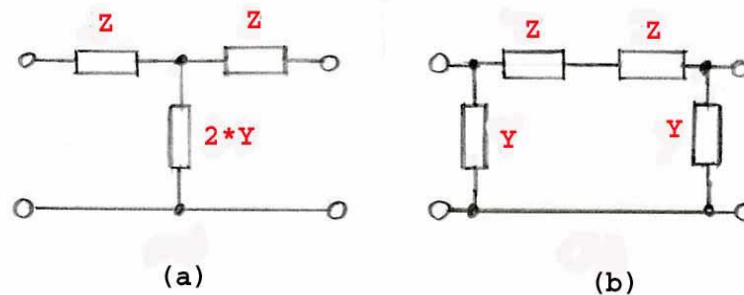
An dieser Stelle sei nochmals daran erinnert, dass die Größen Y und Z i.a. komplexwertig sind. Wie man unmittelbar nachrechnen kann, gilt für die Determinante dieser beiden Matrizen

$$\det(\mathbf{A}^{(1)}) = \det(\mathbf{A}^{(2)}) = 1 \quad (14.48)$$

Wegen des uns bereits aus dem Abschnitt 3.1.2 bekannten Determinantensatzes (Gl. 3.130) gilt dann aber diese Gl. auch für jeden Vierpol, der sich durch Kettenschaltung von endlich (oder auch abzählbar unendlich) vielen Vierpolen der Struktur nach Abb. 9 zusammensetzen lässt. D.h. insbesondere, dass jeder derartige Vierpol nicht mehr 4 unabhängige Parameter besitzt, sondern nur 3. Denn die 4 Parameter A_{ik} sind ja über die Gl. 14.48 mit einander verknüpft. Es genügt also z.B., die beiden Diagonalelemente A_{11} und A_{22} (z.B. über entsprechende Messungen) zu kennen sowie eines der beiden Elemente A_{12} oder A_{21} . Daraus kann dann das fehlende Element errechnet werden, z.B. gem.

$$A_{12} = \frac{A_{11} \cdot A_{22} - 1}{A_{21}} \quad (14.49)$$

Zur Einübung in diesen Formalismus berechnen wir die Vierpolmatrizen eines sog. T -Gliedes und eines sog. π -Gliedes (Abb. 10).

Abb. 10 Vierpol in (a) T -Schaltung bzw. (b) π -Schaltung

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(T)} &= \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 \cdot Y & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + 2 \cdot Y \cdot Z & 2 \cdot Z \cdot (1 + Y \cdot Z) \\ 2 \cdot Y & 1 + 2 \cdot Y \cdot Z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (14.50)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}^{(\pi)} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 & 2 \cdot Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 + 2 \cdot Y \cdot Z & 2 \cdot Z \\ 2 \cdot Y \cdot (1 + Y \cdot Z) & 1 + 2 \cdot Y \cdot Z \end{pmatrix} \quad (14.51)
\end{aligned}$$

Diese Beziehungen werden wir im Abschnitt 14.3.3 benötigen und dort auch eingehend diskutieren.

Zum Abschluss dieses Absatzes sei explizit darauf hingewiesen, dass die in der Abb. 8 skizzierte Kettenschaltung keinesfalls die einzig mögliche oder auch nur sinnvolle Verknüpfung zweier Vierpole ist. Vielmehr werden in elektronischen Schaltungen oft Baugruppen aus passiven Bauelementen verwendet, die sich nicht ausschließlich als Kettenschaltungen aus den in der Abb. 9 wiedergegebenen Basiselementen darstellen lassen. Hierauf werde ich im Kapitel 14.3 schlagwortartig eingehen. Zur Unterscheidung der dabei auftretenden neuartigen Verknüpfungen von Vierpolen von der bisher verwendeten sollte die Verknüpfung (wie geschehen) unbedingt als *Kettenschaltung* (und nicht etwa als Hintereinander- oder Serienschaltung) bezeichnet werden.

Längssymmetrische Vierpole (-)

Wir wollen nun das Verhalten von Vierpolen diskutieren, deren Verhalten sich nicht verändert, wenn man die Eingangs- mit den Ausgangsklemmen vertauscht, die also *längssymmetrisch* sind. Anstatt die jeweiligen Klemmen zu vertauschen, können wir auch die an ihnen auftretenden Spannungen und Ströme uminterpretieren und die bisherigen Eingangsgrößen (U_e, I_e) als Ausgangsgrößen auffassen und umgekehrt. Wegen der getroffenen Vorzeichenkonvention müssen dann gleichzeitig die Vorzeichen der Ströme herumgedreht werden. Ist der Vierpol längssymmetrisch, muss daher gelten

$$\begin{pmatrix} U_a \\ -I_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} U_e \\ -I_e \end{pmatrix} \quad (14.52)$$

Unter Verwendung der Matrix

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (14.53)$$

wird die Gl. 14.52 zu

$$\mathbf{V} \bullet \begin{pmatrix} U_a \\ I_a \end{pmatrix} = \mathbf{A} \bullet \mathbf{V} \bullet \begin{pmatrix} U_e \\ I_e \end{pmatrix} \quad (14.54)$$

Hierin können wir aber erneut die Ausgangs-Gl. 14.36 einsetzen und erhalten als Bedingung dafür, dass ein Vierpol längssymmetrisch ist, die Beziehung

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \bullet \mathbf{V} \bullet \mathbf{A} \quad (14.55)$$

Multiplizieren wir diese Matrixgleichung aus und vergleichen die beiden Ergebnis-Matrizen elementweise, so folgen daraus die Bedingungen

$$A_{11} = A_{22} \quad (14.56)$$

$$\det \mathbf{A} = 1 \quad (14.57)$$

Längssymmetrische Vierpole haben also nur noch 2 unabhängige Kennwerte. Aus Gründen, die wir erst nachträglich einsehen werden, verwenden wir hierfür die beiden Ausdrücke

$$Z_0 = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} \quad (14.58)$$

$$\Gamma_0 = \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} \quad (14.59)$$

In diesen Ausdrücken treten die Größen A_{11} und A_{22} nicht mehr explizit auf, sie haben ihre Relevanz jedoch keineswegs verloren, da sie ja über die Gl. 14.56 und 14.57 implizit mit den Größen Z_0 und Γ_0 verknüpft sind. Z_0 hat offensichtlich die Dimension eines Widerstandes, und Γ_0 ist dimensionslos. Unter Verwendung dieser Größen erhält die Kettenmatrix eines längssymmetrischen Vierpols die Struktur

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \Gamma_0^2} & Z_0 \cdot \Gamma_0 \\ \frac{\Gamma_0}{Z_0} & \sqrt{1 + \Gamma_0^2} \end{pmatrix} \quad (14.60)$$

Um einen ersten Hinweis auf die Bedeutung von Z_0 zu erhalten, berechnen wir den Eingangswiderstand eines längssymmetrischen Vierpols, der mit dem ihm zugeordneten Widerstand Z_0 abgeschlossen ist. Dies gelingt z.B. durch Betrachtung der Kettenschaltung nach Abb. 11 und Berechnung des Eingangswiderstands dieser Schal-

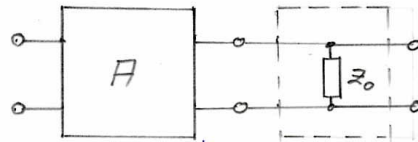


Abb. 11 Zur Bedeutung der Größe Z_0

tung bei offenem Ausgang:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Z_0^{-1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_0 + \sqrt{1 + \Gamma_0^2} & Z_0 \cdot \Gamma_0 \\ Z_0^{-1} \cdot (\Gamma_0 + \sqrt{1 + \Gamma_0^2}) & \sqrt{1 + \Gamma_0^2} \end{pmatrix}$$

$$Z^{(C)}(I_a = 0) = \frac{C_{11}}{C_{21}} = \frac{\Gamma_0 + \sqrt{1 + \Gamma_0^2}}{Z_0^{-1} \cdot (\Gamma_0 + \sqrt{1 + \Gamma_0^2})} = Z_0 \quad (14.61)$$

Der Widerstand Z_0 eines längssymmetrischen Vierpols ist also genau derjenige Wert, bei dessen Verwendung als Abschlusswiderstand der Abschluss- und der Eingangswiderstand des Vierpols identisch sind. Daher spielt er, wie wir sogleich sehen werden, insbesondere dann eine entscheidende Rolle, wenn aus diesem Vierpol eine Kette aus endlich (oder auch unendlich) vielen identischen Bausteinen aufgebaut wird. Wir berechnen nun noch das Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsspannung unter diesen Bedingungen:

$$\frac{U_e}{U_a} = C_{11} = \Gamma_0 + \sqrt{1 + \Gamma_0^2} \quad (14.62)$$

Wir werden nun die Matrix einer Kette aus endlich vielen derartigen Bausteinen bestimmen. Hierzu berechnen wir in einem 1. Schritt die Kettenmatrix eines aus 2 identischen längssymmetrischen Vierpolen aufgebauten Vierpols:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \left(\begin{array}{cc} \sqrt{1 + \Gamma_0^2} & Z_0 \cdot \Gamma_0 \\ \frac{\Gamma_0}{Z_0} & \sqrt{1 + \Gamma_0^2} \end{array} \right)^2 \\ &= \left(\begin{array}{cc} 1 + 2 \cdot \Gamma_0^2 & 2 \cdot Z_0 \cdot \Gamma_0 \cdot \sqrt{1 + \Gamma_0^2} \\ 2 \cdot \frac{\Gamma_0}{Z_0} \cdot \sqrt{1 + \Gamma_0^2} & 1 + 2 \cdot \Gamma_0^2 \end{array} \right) \end{aligned} \quad (14.63)$$

Die bei dieser Kettenschaltung entstehende Systematik erkennen wir leichter, wenn wir folgende Variablensubstitution vornehmen:

$$\Gamma_0 = \sinh g \quad (14.64)$$

Da $\sinh g$ eine monotone Funktion ist, können durch diese Transformation keinerlei mathematische Schwierigkeiten entstehen. Die durch diese Transformation definierte Größe g ist eine dimensionslose komplexe Zahl. Die Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{C} (s. Abschnitt 3.1.1) lauten nun

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{cc} \cosh g & Z_0 \cdot \sinh g \\ \frac{1}{Z_0} \cdot \sinh g & \cosh g \end{array} \right) \quad (14.65)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \left(\begin{array}{cc} \cosh^2 g + \sinh^2 g & 2 \cdot Z_0 \cdot \sinh g \cdot \cosh g \\ \frac{2}{Z_0} \cdot \sinh g \cdot \cosh g & \cosh^2 g + \sinh^2 g \end{array} \right) \\ &= \left(\begin{array}{cc} \cosh 2 \cdot g & Z_0 \cdot \sinh 2 \cdot g \\ \frac{1}{Z_0} \cdot \sinh 2 \cdot g & \cosh 2 \cdot g \end{array} \right) \end{aligned} \quad (14.66)$$

D.h. die Kettenschaltung hat die Größe Z_0 unverändert gelassen und die Größe g verdoppelt. Daher vermuten wir nun, dass folgender Satz gilt:

Theorem 198 *Durch Kettenschaltung von n identischen längssymmetrischen Vierpolen mit den Kenndaten Z_0 und g ergibt sich ein ebenfalls längssymmetrischer Vierpol mit den Kenndaten Z_0 und $n \cdot g$.*

Der Beweis dieses Satzes gelingt durch vollständige Induktion. Den Beweisschritt für $n = 2$ haben wir bereits oben ausgeführt, der Beweisschritt von n nach $n+1$ gelingt durch einfaches Nachrechnen. Aus Gründen, die wir bald einsehen werden, hat die Größe Z_0 die Bezeichnung *Wellenwiderstand* erhalten und g die Bezeichnung *Fortpflanzungskonstante*.

Aktive elektronische Vierpole (-)

Im Fall eines Zweipols haben wir diesen genau dann als *aktiv* bezeichnet, wenn die Bedingung 14.9 erfüllt ist, wenn also der Zweipol ständig einen endlichen elektrischen Energiestrom an die übrige elektronische Schaltung abgibt. In analoger Weise nennen wir nun einen elektronischen Vierpol genau dann aktiv, wenn er, als Einheit betrachtet, einen endlichen elektrischen Energiestrom an die übrige elektronische Schaltung abgibt. Wegen der oben erläuterten Vorzeichendefinition der relevanten Spannungen und Ströme eines Vierpols führt das zu der Bedingung

Definition 199 *Ein Vierpol ist genau dann aktiv, wenn der Energiestrom $J_a^{(E)}$ am Ausgang des Vierpols größer ist als der Energiestrom $J_e^{(E)}$ an dessen Eingang:*

$$(J_a^{(E)} = \operatorname{Re}(U_a \cdot I_a)) > (J_e^{(E)} = \operatorname{Re}(U_e \cdot I_e)) \quad (14.67)$$

Diese Forderung lässt sich auch als eine Forderung an die Koeffizienten der Kettenmatrix \mathbf{A} dieses Vierpols ausdrücken. Hierzu berechnen wir zunächst den komplexen Ausdruck

$$\begin{aligned} U_e \cdot I_e - U_a \cdot I_a &= (A_{11} \cdot U_a + A_{12} \cdot I_a) \cdot (A_{21} \cdot U_a + A_{22} \cdot I_a) - U_a \cdot I_a \\ &= A_{11} \cdot A_{21} \cdot U_a^2 + A_{12} \cdot A_{22} \cdot I_a^2 \\ &\quad + (A_{11} \cdot A_{22} + A_{12} \cdot A_{21} - 1) \cdot U_a \cdot I_a \end{aligned} \quad (14.68)$$

Der Vierpol sei mit der Impedanz Z_a abgeschlossen,

$$U_a = Z_a \cdot I_a \quad (14.69)$$

Dann wird die Gl. 14.68 zu

$$U_e \cdot I_e - U_a \cdot I_a = \{A_{11} \cdot A_{21} \cdot Z_a^2 + A_{12} \cdot A_{22} + (A_{11} \cdot A_{22} + A_{12} \cdot A_{21} - 1) \cdot Z_a\} \cdot I_a^2 \quad (14.70)$$

Relevant für den zeitlichen Mittelwert (s. Gl. 14.19) der Energiestrombilanz ist daher die Impedanz

$$Z_{eff} = A_{11} \cdot A_{21} \cdot Z_a^2 + A_{12} \cdot A_{22} + (A_{11} \cdot A_{22} + A_{12} \cdot A_{21} - 1) \cdot Z_a \quad (14.71)$$

Über das Vorzeichen des Realteils dieser Größe lässt sich offenbar keine einfache Aussage machen und damit auch nicht zur Frage, welche Bedingungen die Koeffizienten

der Matrix \mathbf{A} in Zusammenwirken mit der Abschlussimpedanz Z_a erfüllen müssen, damit der Vierpol aktiv ist. Ich beschränke mich daher an dieser Stelle darauf, ein einfaches Beispiel für einen aktiven Vierpol zu nennen und zu zeigen, dass der Realteil seines Kennwertes Z_{eff} tatsächlich negativ ist. Das wohl einfachste derartige Beispiel ist der Spannungsverstärker mit einem endlichen, reellen Eingangswiderstand R_e und mit einer konstanten Spannungsverstärkung Γ , aber mit einem endlichen, ebenfalls reellen inneren Widerstand R_i . Der Ausgang des Vierpols sei mit dem reellen Widerstand R_a abgeschlossen. An einem derartigen Vierpol führen die im Absatz S. 1833 beschriebenen Messungen zu folgendem Ergebnis:

$$\left(\frac{U_e}{I_e}\right)_{I_a=0} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = R_e \quad (14.72)$$

$$\left(\frac{U_e}{U_a}\right)_{I_a=0} = A_{11} = \frac{1}{\Gamma} \quad (14.73)$$

$$\left(\frac{U_e}{I_e}\right)_{U_a=0} = \frac{A_{12}}{A_{22}} = R_e \quad (14.74)$$

$$\left(\frac{I_e}{I_a}\right)_{U_a=0} = A_{22} = \frac{R_i}{R_e \cdot \Gamma} \quad (14.75)$$

Die Matrix \mathbf{A} dieses Verstärkers beträgt demnach

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\Gamma} \cdot \begin{pmatrix} 1 & R_i \\ \frac{1}{R_e} & \frac{R_i}{R_e} \end{pmatrix} \quad (14.76)$$

und die Impedanz Z_{eff}

$$\begin{aligned} Z_{eff} &= \frac{1}{\Gamma^2} \cdot \frac{R_a^2}{R_e} + \frac{1}{\Gamma^2} \cdot \frac{R_i^2}{R_e} + \frac{1}{\Gamma^2} \cdot \left(\frac{R_i}{R_e} + \frac{R_i}{R_e} - 1 \right) \cdot R_a \\ &= \frac{R_a}{\Gamma^2 \cdot R_e} \cdot \{ (R_a + R_i)^2 - 1 \} \\ &= \frac{1}{\Gamma^2 \cdot R_e} \cdot (R_a + R_i)^2 - R_a \end{aligned} \quad (14.77)$$

Da in unserem Beispiel Z_{eff} reell ist, ist der Vierpol aktiv, wenn

$$\frac{1}{\Gamma^2 \cdot R_e} \cdot (R_a + R_i)^2 < R_a \Rightarrow \quad (14.78)$$

$$\frac{(R_a + R_i)^2}{R_e \cdot R_a} < \Gamma^2 \quad (14.79)$$

Wählt man den Abschlusswiderstand genügend hoch, ist diese Bedingung nicht erfüllt. Eine reine Spannungsverstärkung, bei der der Ausgang nahezu unbelastet bleibt, ist also grundsätzlich auch mit rein passiven Elementen möglich. Sobald dem Verstärker dagegen am Ausgang eine merkliche Leistung entzogen wird, wird neben einer Spannungsverstärkung i.a. auch eine Leistungsverstärkung benötigt, was nur mit einem aktiven Vierpol möglich ist.

Dreipole (-/-)

(XXX: Der Text des Absatzes *Dreipole* ist noch nicht verfügbar.)

14.2 Technische Bauteile (-)

Dieses Kapitel stellt die wichtigsten technische Bauteile vor, die beim Aufbau elektronischer Baugruppen und Geräte üblicherweise zum Einsatz gelangen. Dabei geht es mir weniger um eine möglichst aktuelle Beschreibung des jeweiligen Stands der technischen Entwicklung. Diese sollte der Leser besser aus den Informationsschriften der Bauteile-Hersteller entnehmen. Ähnlich wie an verwandten Stellen in diesem Buch (s. z.B. Kapitel 11.6) möchte ich einen Überblick geben über die verschiedenen physikalischen Funktionsprinzipien, mit denen die jeweils gewollte Funktion realisiert worden ist, und darlegen, welche typischen Eigenschaften und Spezifikationen sich daraus ergeben. Bei der Gliederung des Textes werde ich mich weitgehend an die bereits im Kapitel 1.5 genannte Gliederung für die Beschreibung technischer Bauteile halten.

14.2.1 Widerstände (*)

Elektronische Bauelemente, die einen Zweipol mit in guter Näherung reeller Impedanz bilden, werden als (ohmsche) *Widerstände* bezeichnet. Sie bilden das bei weitem am häufigsten eingesetzte Bauelement der Elektronik und dienen z.B. als Spannungsteiler, Strom/Spannungswandler oder umgekehrt als Spannungs/Stromwandler. Die einfachste technische Realisierung eines Widerstandes ist der *Drahtwiderstand*. Er besteht aus einem Draht, der auf einen nichtleitenden z.B. keramischen Träger aufgewickelt ist. Der Widerstandswert errechnet sich gemäß

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad (14.80)$$

ρ : als *spezifischer Widerstand* bezeichnete Materialkonstante

l : Länge des Drahtes

A : Querschnittsfläche des Drahtes

s. Abschnitt 8.2.7. Häufig verwendete Materialien sind Kupfer und *Konstantan*[®] (ein Markenname der ThyssenKrupp GmbH), eine Legierung aus 55 · % Kupfer und 45 · % Nickel mit einem gegenüber den meisten Metallen um mehr als den Faktor 100 niedrigeren Temperaturkoeffizienten des spezifischen Widerstandes. Wie man auf Basis des Zahlenwertes für den spezifischen Widerstand von Kupfer (s. Kapitel 14.12) leicht nachrechnen kann, lassen sich Drahtwiderstände nur mit verhältnismäßig kleinen Widerstandswerten realisieren. Z.B. beträgt der Widerstand von 10 · m Kupferdraht von 0,5 · mm Durchmesser 0,907 · Ω. Und sobald man allzu lange Drähte in vielen Lagen aufeinander wickelt, ergibt sich bereits eine signifikante Induktivität

des Bauelementes, s. Abschnitt 14.2.2, und das Ergebnis ist eher eine Induktivität als ein ohmscher Widerstand. Bei Verwendung des Materials Konstantan ergibt sich unter denselben Zahlenwerten wie oben angeführt ein Widerstand von $25,5 \cdot \Omega$. Drahtwiderstände sind daher in ihrer Anwendung auf sehr niedrige Widerstandswerte in der Nähe von $1 \cdot \Omega$ beschränkt, sind allerdings bis zu Leistungen von $10 \cdot \text{Watt}$ und mehr verfügbar.

Ein Realisierungskonzept mit wesentlich größerer Breite in den erreichbaren Kennwerten ist der *Schichtwiderstand*: Auf einen nichtleitenden z.B. keramischen Träger wird eine leitende Schicht aufgebracht und an 2 Stellen kontaktiert. Der i.a. massive Träger dient außer zur mechanischen Unterstützung der leitenden Schicht insbesondere zur Wärmeabfuhr der im Widerstand in Wärme umgesetzten elektrischen Leistung. Typische Schichtmaterialien sind Graphit und verschiedene Metalle. Durch Wahl des Schichtmaterials und insbesondere der Fläche und Schichtdicke kann der Widerstandswert über viele Größenordnungen verändert werden. Kommerziell verfügbar sind Werte etwa zwischen $10 \cdot \Omega$ und $10^9 \cdot \Omega$. Metallschicht-Widerstände lassen sich mit engeren Toleranzen fertigen als Graphitschicht-Widerstände. Ein typischer Wert für die maximal zulässige an einem Schichtwiderstand umgesetzte Leistung ist

$$J_{\max} = 0,25 \cdot W$$

Widerstände dieser Leistungsklasse sind derart klein, dass sich ihr Widerstandswert nicht mehr lesbar aufdrucken lässt. Sie sind daher mit Farbringen codiert und zwar

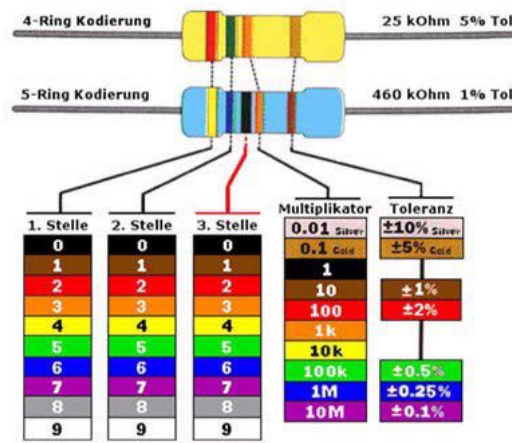


Abb. 12 Farbcodierung von $0,25 \cdot W$ -Schichtwiderständen

je nach dem Schichtmaterial mit 4 (Graphit) oder mit 5 Ringen. Diese haben die in der Abb. 12 wiedergegebene Bedeutung: Der von den übrigen Ringen separierte Ring markiert die rechte Seite des Widerstands. Von der linken Seite aus gelesen kennzeichnen die ersten 2 (bei einer 5-Ringcodierung die ersten 3) Ringe zusammen

mit dem nachfolgend codierten Multiplikator den Wert des Widerstands. Der letzte Ring codiert dessen Toleranz.

(XXX: Der an dieser Stelle geplante weitere Text zu weiteren Typen von Widerständen ist noch nicht verfügbar.)

Bei der für eine technische Anwendung zu treffenden Auswahl eines Widerstandstyps sind als Spezifikationen insbesondere zu beachten:

- die Toleranz, also die vom Hersteller garantierte maximale (oder mittlere) Abweichung des Widerstandswertes eines einzelnen Exemplars von dem angegebenen Sollwert;
- die zulässige elektrische Leistungsaufnahme sowie in speziellen Fällen
- der Temperaturkoeffizient des Widerstandswertes.

Dagegen spielt die Abweichung vom ideal ohmschen Verhalten, also die Frage von Störkapazitäten oder Stör-Induktivitäten wegen ihrer i.a. sehr niedrigen Werte (außer bei den Drahtwiderständen) i.a. keine Rolle, höchstens bei Anwendungen mit extremen Genauigkeitsanforderungen.

Steuerbare Widerstände (-)

Unter diesem Sammelbegriff fasse ich Bauelemente zusammen, die sich wie ein ohmscher Widerstand verhalten, wobei jedoch der aktuelle Widerstandswert von dem Wert einer zusätzlichen physikalischen Größe abhängt, die als *Stellgröße* für diesen Widerstand wirkt. Hierbei kann es sich z.B. um eine der nachfolgend aufgezählten Größen handeln:

- Die **Temperatur** T des Widerstands. Ist das Widerstandsmaterial aus einem Metall gefertigt, so hat der Widerstand einen positiven Temperaturkoeffizienten,

$$\frac{dR}{dT} > 0 \quad (14.81)$$

Will man dieses Bauelement als Temperaturfühler einsetzen, benutzt man vorzugsweise Platin als Widerstandsmaterial. (XXX: präzisieren) Will man dagegen das Bauelement als Stellglied einsetzen, also dem Widerstand eine Temperatur aufprägen und so seinen Widerstandswert gezielt verändern, verwendet man Materialien mit besonders **hohem** Temperaturkoeffizienten, der dann i.a. negativ ist. Typische Beispiele sind geeignet ausgewählte Halbleitermaterialien, z.B. Fe_2O_3 , $ZnTiO_4$, $MgCr_2O_4$. Derartige Bauelemente bezeichnet man als NTC-Widerstände (von **n**egative **t**emperature **c**oefficient). Die Temperaturänderung kann auch durch die an dem Widerstand verbrauchte elektrische Leistung erfolgen.

- Der auf das Bauelement einfallende elektromagnetische **Strahlungsstrom**. Derartige Bauelemente bezeichnet als *Photowiderstände*. Sie bestehen aus einem geeignet dotierten Halbleitermaterial, z.B. *CdS*. Sie dürfen nicht mit Photodioden oder Phototransistoren verwechselt werden, Halbleiter-Bauelementen also, die einen oder mehrere PN-Übergänge enthalten (s. Abschnitt 9.6). Ein Photowiderstand verhält sich elektronisch wie ein ohmscher Widerstand. Sein Widerstandswert hängt maßgeblich von der Ladungsträgerkonzentration in dem Widerstandsmaterial ab. Diese wiederum steigt stark an, sobald das Widerstandsmaterial mit Licht geeigneter Wellenlänge bestrahlt wird. Ein wichtiger Anwendungsbereich für Photowiderstände sind Sensoren für die Beleuchtungsstärke z.B. in Belichtungsmessern konventioneller photographischer Kameras (s. Abschnitt 11.13.3). Will man das Bauelement als Stellglied einsetzen, also mit Hilfe der auf den Widerstand auftreffenden Strahlung seinen Widerstandswert gezielt verändern, so koppelt man den Photowiderstand z.B. mit einer Leuchtdiode. Über den durch die LED gesendeten Strom wird dann der Widerstandswert verändert.
- Die an dem Bauelement anliegende **Spannung**. Bauelemente, die sich bzgl. kleiner elektrischer Signale wie ein ohmscher Widerstand verhalten, diesen Wert aber deutlich verändern, sobald sich die an ihnen anliegende Gesamtspannung ändert, bezeichnet man als *Voltage Dependent Resistors* VDR oder auch *Variatoren*. Im Grunde handelt es sich lediglich um nichtlineare Widerstandselemente, s. Abb. 13. Eine Anwendung als Sensor ist unüblich, da elektrische Spannungen besser auf andere Weise gemessen werden können. Die Anwendung als Stellglied in einem elektronischen Regelkreis ist möglich, stellt aber bereits einen Kompromiss dar, da Stellgröße und Messsignal nicht galvanisch von einander getrennt sind.

Als konkretes Anwendungsbeispiel für den Einsatz eines steuerbaren Widerstands in einem elektronischen Regelkreis ist in der Abb. 14 eine Baugruppe wiedergegeben, die innerhalb eines elektronischen Oszillators (s. Abschnitt 14.5.1) die Amplituden-Stabilisierung des Ausgangssignals sicherstellt. Der Widerstand R_C sei der Kollektorwiderstand einer Transistorstufe innerhalb der Oszillatorschaltung, die einen relevanten Beitrag leistet zur Gesamtverstärkung der Schaltung. Das an diesem Widerstand anliegende Wechselspannungssignal U_{\sim} wird über den Kondensator C_1 von dem Gleichspannungsanteil getrennt und durch die Diode gleichgerichtet. Bei geeigneter Wahl (s.u.) des Kondensators C_2 und des Potentiometers R_2 lädt sich C_2 auf den gleitenden mittleren Spitzenwert der Wechselspannung U_{\sim} auf. Ein durch die Stellung des Potentiometers R_3 vorgebbarer Anteil dieser Spannung $|U_{\sim}|$ steuert über den Transistor T als Leistungsverstärker den Strom der Leuchtdiode *LED*. Sobald diese einen signifikanten Strom führt und zu leuchten beginnt, nimmt der Widerstand des Photowiderstands R_{ph} signifikant ab. Entsprechend nimmt auch die Spannungsverstärkung der Transistorstufe ab, zu der der Kollektorwiderstand R_C gehört.

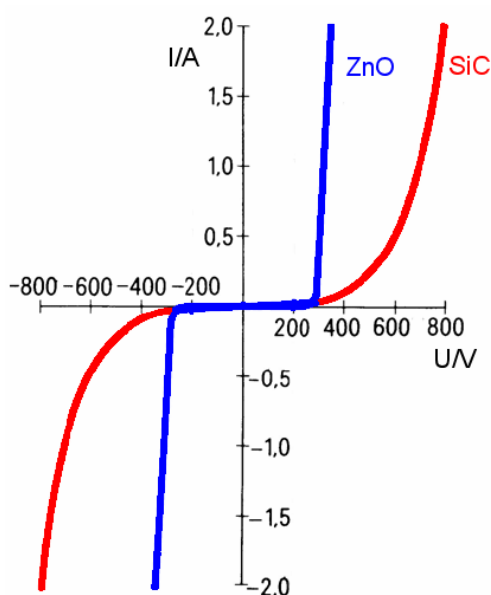


Abb. 13 Typische Kennlinie eines Varistors auf der Basis von ZnO bzw. SiC

Die Zeitkonstante der Bildung eines gleitenden Mittelwertes ist so zu wählen, dass sie etwas größer ist als die Einstellzeit $\tau(R_{ph})$ des Photowiderstands und sehr viel größer als die Schwingungsperiode des Oszillatorsignals:

$$\frac{1}{f_{Osz}} \ll \tau(R_{ph}) \lesssim R_3 \cdot C_2 \quad (14.82)$$

Sofern sich also die Kenndaten dieses Stellkreises in einem gewissen zulässigen Bereich befinden, wird die Oszillatorschaltung diejenige Amplitude annehmen, bei der die Signalverstärkung exakt die Bedingung 14.225 erfüllt und auch bei kurzzeitigen von außen aufgeprägten Veränderungen von selbst zu diesem Zustand zurückkehren.

14.2.2 Induktivitäten (*)

Zweipole, deren komplexer Widerstand durch die Funktion

$$Z(\omega) = i \cdot \omega \cdot L; \quad L \in \mathbb{R}^1; \quad L > 0 \quad (14.83)$$

angenähert werden kann, werden als *Induktivitäten* oder - wegen ihrer wichtigsten technischen Realisierung - als *Spulen* bezeichnet. Die Konstante L von der Dimension *Spannung/Ladung* kennzeichnet die Induktivität der Spule. Die nahezu ausschließlich benutzte Einheit ist das nach Joseph Henry benannte *Henry*,

$$1 \cdot H = 1 \cdot \frac{V \cdot s}{A} \quad (14.84)$$

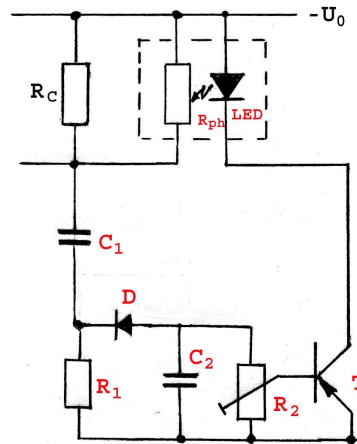


Abb. 14 Schaltskizze einer Amplitudenregelung in einem Oszillator

Induktivitäten finden ihren technischen Einsatz in elektrischen Schwingkreisen, in Hoch- und Tiefpassschaltungen und überall dort, wo eine Verzögerung des elektrischen Stroms gegenüber der Spannung benötigt wird. Eine wichtige Variante der Tiefpassfunktion ist die Beseitigung von hochfrequenten Störspannungsspitzen auf Signalleitungen.

Die einfachste technische Realisierung besteht in einer *Luftspule*, einem ausreichend langen leitfähigen Draht, der in ausreichend vielen Windungen auf einen nichtleitenden unmagnetischen Kern gewickelt worden ist. Im Grenzfall der langen Spule (Länge l der Spule klein gegen ihren Durchmesser D) gilt (s. Abschnitt 6.1.3)

$$L = \mu_0 \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l} \quad (14.85)$$

N : Anzahl der Windungen der Spule

A : Querschnittsfläche der Spule

μ_0 : Permeabilität des Vakuums, s. Abschnitt 5.1.2.

Eine auf einen $50 \cdot \text{mm}$ langen Kern mit einem Durchmesser von $10 \cdot \text{mm}$ gewickelte Spule mit 10000 Windungen ergibt demnach eine Induktivität von

$$L = 0,2 \cdot \text{Hy} \quad (14.86)$$

Wenn allerdings in diesem Zahlenbeispiel der Außendurchmesser der gewickelten Drahtlagen z.B. den Wert $6 \cdot \text{mm}$ nicht überschreiten soll, darf der Drahtdurchmesser nicht mehr als $0,12 \cdot \text{mm}$ betragen. Dann aber ergibt sich, wenn Kupferdraht verwendet wurde, bereits ein ohmscher Widerstand dieser Spule gem. Gl.14.80 von

$$R = 460 \cdot \Omega \quad (14.87)$$

Diese Überschlagsrechnungen zeigen uns, dass man durchaus Luftspulen mit einer Induktivität bis in die Nähe von $1 \cdot Hy$ herstellen kann, allerdings um den Preis eines oft nicht mehr akzeptabel hohen ohmschen Widerstandes entsprechend der in der Abb. 15 wiedergegebenen Ersatzschaltung. Die für den technischen Einsatz rele-

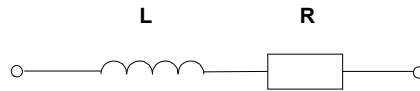


Abb. 15 Ersatzschaltung einer verlustbehafteten Induktivität

vante Kenngröße ist die Zeitkonstante

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (14.88)$$

In unserem o.a. Zahlenbeispiel beträgt diese $0,43 \cdot ms$. Diese Spule verhält sich also nur bei zeitlichen Abläufen, die wesentlich kürzer sind als diese $0,43 \cdot ms$, also bei Frequenzen weit oberhalb von $2 \cdot kHz$ wie eine reine Induktivität, bei Frequenzen weit unterhalb dieses Richtwertes dagegen eher wie ein ohmscher Widerstand.

Aus diesem Grund werden Induktivitäten ganz überwiegend nicht als Luftspulen hergestellt, sondern erhalten zusätzlich einen weichmagnetischen Kern (s. Kapitel 5.2). In 1. Näherung steigt dadurch die Induktivität an um den Faktor μ_r , die relative Permeabilität des Magnetkernmaterials. Diese erreicht Werte zwischen ca. 100 für Gusseisen und $2 \cdot 10^5$ für bestimmte Legierungen aus *Fe* oder *Ni* und ausgewählten seltene Erden, insbesondere *Nd*, *Sm*, *Tb* und *Gd*. Bei gleicher Induktivität ist nun der ohmsche Widerstand der Spule drastisch reduziert. Allerdings erzeugt der magnetische Spulenkern, sobald die Spule mit Wechselstrom betrieben wird, die bereits im Abschnitt 5.2.4 diskutierten Hystereseverluste. Diese sind in 1. Näherung frequenzproportional, d.h. die Impedanz der Spule lässt sich nun durch die Beziehung

$$Z(\omega) = R_{\text{Spule}} + \omega \cdot X_{\text{Hysterese}} + i \cdot \omega \cdot L \quad (14.89)$$

annähern. Spulen mit einem weichmagnetischen Kern finden daher ihren Einsatz bei niedrigen bis mittleren Frequenzen, bei denen reine Luftspulen noch zu viele Windungen erfordern würden, und bei denen andererseits die Hystereseverluste noch nicht zu stark stören. Überdies bieten Spulen mit einem Magnetkern eine elegante Möglichkeit der Feinregulierung der Induktivität, nämlich durch Veränderung der Eindringtiefe eines magnetischen Stabes in die gewickelte Spule. Die *Schwingkreise* (Abschnitt 14.3.2) und die ihnen verwandten Baugruppen in den etwa bis 1980 noch mit diskreten Bauelementen aufgebauten Geräten der Rundfunk- und Fernsehtechnik wurden überwiegend auf diese Weise auf ihre Sollfrequenz abgestimmt.

Bei der für eine technische Anwendung zu treffenden Auswahl eines Spulentyps sind als Spezifikationen insbesondere zu beachten:

- die Höhe und Frequenzabhängigkeit der Verluste;
- der maximal zulässige elektrische Strom;
- bei Präzisionsanwendungen der Temperaturkoeffizient von L , meist bedingt durch den von μ_r .

Weitere Qualitätsmerkmale sind

- die mechanische Abmessung. Da Induktivitäten oft einen signifikanten Anteil des Gesamtvolumens einer elektronischen Baugruppe ausmachen, sind die Abmessungen für dieses Bauteil oft besonders wichtig.

14.2.3 Kondensatoren (*)

Als *Kondensatoren* bezeichnet man Zweipole, deren Leitwert in guter Näherung durch die Funktion

$$Y(\omega) = i \cdot \omega \cdot C; \quad C \in \mathbb{R}^1, \quad C > 0 \quad (14.90)$$

wiedergegeben wird. Die Konstante C von der Dimension *Ladung/Spannung* bezeichnet man als die *Kapazität* des Kondensators, s. Abschnitt 4.3.1. Die nahezu ausschließlich verwendete Einheit ist das *Farad*,

$$1 \cdot F = \frac{1 \cdot A \cdot s}{1 \cdot V} \quad (14.91)$$

Typische Einsatzgebiete von Kondensatoren sind

- (Kurzzeit-)Speicherung von elektrischer Energie in Gleichspannungsversorgungsgeräten;
- Glättung von Gleichspannungssignalen, denen eine Wechselspannungskomponente überlagert ist;
- Transfer eines Wechselspannungssignals von einer Schaltungsstufe an die nachfolgende, i.a. auf einem anderen Gleichspannungspotenzial liegende Stufe;
- Aufbau von frequenzselektiven Schaltungen, z.B. von Schwingkreisen oder Hoch- und Tiefpässen.

Die einfachste technische Realisierung eines Kondensators ist der *Plattenkondensator* aus zwei Platten der Fläche A , die sich im Abstand d einander gegenüberstehen. Die Kapazität eines solchen Systems beträgt (s. Gl. 4.207)

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \quad (14.92)$$

Die universelle Naturkonstante ε_0 ist die uns bereits aus dem Abschnitt 4.3.2 bekannte Dielektrizitätskonstante des Vakuums. Die relative Dielektrizitätskonstante ε_r ist

eine durch das zwischen den Platten befindliche Material definierte Materialkonstante (s. Abschnitt 4.4.3). Sie nimmt Werte an zwischen 1 für Vakuum oder Luft und > 10 für bestimmte keramische Materialien, z.B. gilt

$$\varepsilon_r(Ta_2O_5) = 25 \quad (14.93)$$

Um eine Vorstellung von den mit einem Plattenkondensator üblicherweise erreichbaren Kapazitätswerten zu bekommen, formulieren wir wieder ein realistisches Zahlenbeispiel: Ein Kondensator aus zwei $10 \cdot \text{cm}^2$ großen Platten, die auf einen Abstand von $1 \cdot \text{mm}$ gehalten werden, hat eine Kapazität von

$$C = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot F = 8,85 \cdot \text{pF} \quad (14.94)$$

Die mit sog. *Luftkondensatoren* erreichbare Kapazität liegt also in der Größenordnung pF bis nF , wenn nämlich eine ganze Serie von derartigen Platten elektrisch parallel geschaltet werden. Ein zu Beginn der Radio- und Fernsehtechnik oft genutzter Vorteil dieser Bauweise besteht in der einfachen Möglichkeit der Kapazitätsänderung bei den sog. *Drehkondensatoren*, zwei kammartig angeordnete ineinander drehbare Flächenpakete, s. Abb. 16. Ein wichtiger Qualitätsparameter von Kondensatoren ist

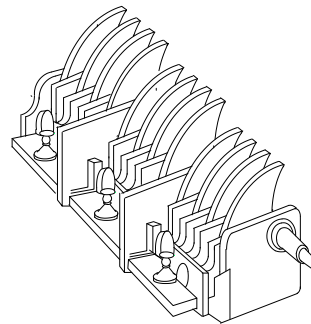


Abb. 16 Aufbau eines Drehkondensators

deren Kapazität pro Volumen $\frac{C}{V}$. Die soeben skizzierten Luftkondensatoren erreichen Werte der Größenordnung $10^{-13} \cdot \frac{F}{\text{mm}^3}$.

Um einen Kondensator mit deutlich höherer Kapazität zu realisieren, muss man ε_r und/oder A erhöhen und/oder d erniedrigen. Wenn man z.B. den Raum zwischen den Platten mit einem organischen Polymer füllt, dessen Dielektrizitätskonstante ε_r üblicherweise zwischen 2 und 3 liegt, und gleichzeitig den Plattenabstand auf das fertigungstechnisch Beherrschbare reduziert, z.B. auf wenige μm , können bei gleicher Plattenfläche bereits etwa 3 Größenordnungen an Kapazität/Volumen gewonnen werden. Und wenn man überdies diese Fläche einrollt, hat man das technische Konzept des gewickelten *Folienkondensators* entworfen, s. Abb. 17. Das Ausgangsmaterial für die Herstellung dieser Folienkondensatoren ist eine Polymerfolie z.B. aus Polycarbonat, die einseitig mit einem Metall (meist Aluminium) beschichtet ist. Diese wird derart geätzt und zugeschnitten, dass nach dem Aufwickeln beim