Heft 5
MAGNETOSTATIK - DAS KRAFTPAKET (-)

Der Magnetismus ist eines der am längsten bekannten physikalischen Phänome überhaupt. Einige Grundfakten waren bereits im Altertum bekannt. So soll der Magnetkompass zur Richtungsbestimmung auf der Erde in China angeblich bereits im 26. Jahrh. v.Chr. benutzt worden sein. Die 1. zusammenfassende Darstellung magnetischer Fakten stammt von Gilbert ([1]), der auch die Erforschung der Elektrostatik einleitete. Auch die weitere historische Entwicklung dieser Wissenschaft des Magnetismus verlief oft parallel zur Weiterentwicklung der Elektrostatik. So gelang Coulomb zusätzlich zur Formulierung des elektrostatischen Grundgesetzes auch die Aufstellung des magnetostatischen Grundgesetzes. Er veröffentlichte in den Jahren 1785 bis 1789 insgesamt 7 Abhandlungen über magnetische Phänomene. Die Bezeichnung *Magnetismus* für diese Klasse von physikalischen Phänomenen leitet sich aus dem Namen eines der am stärksten magnetischen natürlich vorkommenden Mineralen ab, dem *Magnetit*. Es handelt sich um ein ferrimagnetisches (s. Abschnitt 5.2.4) Eisenoxid der korrekten chemischen Kennzeichnung $Fe^I\left(Fe^{II}\right)_2 O_4$.

Ich habe das Heft *Magnetostatik* völlig analog zum Heft *Elektrostatik* strukturiert: Den einführenden ausschließlich das statische magnetische Feld beschreibenden Abschnitten folgt eine Behandlung der Systeme aus magnetischem Feld und Materie, und danach die dem Leser aus der Struktur aller vorangegangenen Hefte bereits vertrauten Kapitel *Messung magnetischer Größen*, *Magnetostatik des täglichen Lebens* und *Tipps, Tricks und Spezialitäten*.

Im gesamten Heft *Magnetostatik* vermeide ich den expliziten Hinweis darauf, dass Magnetfelder (auch) durch elektrische Ströme erzeugt werden. Denn jeder Strom ist eine Größe, die primär gerade nicht einen statischen Zustand beschreibt sondern eine zeitliche Veränderung. Die Quellen der in diesem Heft behandelten Magnetfelder sind also ausschließlich magnetische (Dipol-)Momente, s. insbesondere den Abschnitt XXX. Die vollständige, widerspruchsfreie klassische Theorie des Magnetismus werden wir dann im Rahmen des Heftes 6 (*Elektrodynamik*) kennen lernen.

5.1 Die Grundfakten der Magnetostatik (-)

Die etwa bis zum Ende des 18. Jahrh. erkannten Grundfakten des Magnetismus lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Es gibt natürlich vorkommende Objekte, zwischen denen eine neue, als *magnetisch* bezeichnete Wechselwirkung auftritt. Diese Objekte befinden sich immer im festen Aggregatzustand. Wir nennen sie *Permanentmagnete*.

2. Die dieser magnetischen Wechselwirkung zuordbare *magnetische Ladung* tritt immer nur als Dipol der Gesamtladung 0 auf. Stabförmige Permanentmagnete verhalten sich so, als ob 2 betragsgleiche Teilladungen von entgegengesetztem Vorzeichen an den beiden Enden des Stabes lokalisiert wären. Man nennt in diesem Fall die beiden magnetisch unterscheidbaren Enden des Stabes den *Nordpol* bzw. den *Südpol* des Magneten.

3. 2 magnetische Dipole wechselwirken miteinander in der Weise, dass sich die gleichnamigen Pole abstoßen und die ungleichnamigen Pole anziehen.

4. Die magnetische Ladung geht auch bei einer mechanischen Berührung von Magneten i.a. nicht von dem einen Magneten auf den anderen über. Jedoch können sehr starke Magnete die magnetische Stärke eines schwächeren Magneten beeinflussen, sobald man diese beiden Magnete einander nähert.

5. Die Erde als ganzes bildet ebenfalls einen Permanentmagneten, dessen Pole in 1. Näherung* mit den kinematischen Polen (Abschnitt 3.2.2) übereinstimmen. Dieses Faktum wurde zur generellen Festlegung der Polung eines Magneten genutzt: Sie erfolgte derart, dass der nahe am kinematischen Südpol der Erde liegende magnetische Pol ein **magnetischer Nordpol** ist.

Die in dieser Formulierung überraschend klingende Festlegung der magnetischen Polung resultierte daraus, dass man den nach Norden, also annähernd zum kinematischen Nordpol der Erde zeigenden Pol eines Magnetkompasses (s. Abschnitt 5.4 als dessen magnetischen Nordpol definierte.

Unserem generellen Konzept der dynamischen Beschreibung physikalischer Vorgänge folgend beginnen wir wieder mit der Diskussion derjenigen magnetischen Phänomene, die ohne die Berücksichtigung einer expliziten Ortsabhängigkeit des betrachteten physikalischen Objektes auskommen. Dann gilt in analoger Weise der im Kapitel 4.3 gegebene Hinweis, dass nämlich nun die *magnetische Feldenergie*, deren Bedeutung ich an dieser Stelle wieder noch nicht präzisieren kann, in dieser Beschreibung noch nicht enthalten ist.

Erst danach werden wir die Ortsabhängigkeit der magnetischen Wechselwirkung behandeln und wieder eine weitgehende Analogie zur Gravitations-Wechselwirkung (und damit auch zur elektrostatischen Wechselwirkung) feststellen. Allerdings werden wir im weiteren Verlauf dieses Heftes feststellen, dass diese Analogien, auch die

*Diese Näherung ist jedoch nur relativ grob. Überdies ist die geographische Zuordnung der kinematischen und der magnetischen Pole der Erde über lange Zeiten betrachtet nicht konstant. Z.Zt. befindet sich der magnetische Südpol auf ca. 82° nördlicher Breite und 114° westlicher Länge.

zur elektrostatischen Wechselwirkung, nur vordergründig gegeben sind, und dass zu einem tieferen Verständnis der Magnetostatik gerade die Unterschiede, oder besser die **Gegensätzlichkeiten** in der logischen Struktur der Theorien von Elektrostatik und Magnetostatik herausgearbeitet werden müssen.

5.1.1 Die Energieform magnetische Energie (-)

Wir beschränken uns in diesem Abschnitt zunächst wieder auf physikalische Systeme mit einer Gibbs-Funktion, die die Ortskoordinate $\overrightarrow{r}$ nicht explizit als Variable enthält. Dann ist die Hinzunahme magnetischer Phänomene gleich bedeutend mit der Hinzunahme der Energieform der *magnetischen Energie*

$$dE = \overrightarrow{B} * \overrightarrow{d\mathfrak{M}} \tag{5.1}$$

in die Betrachtung, so dass das System jetzt z.B. durch eine Gibbs-Funktion

$$F(T, V, N, \overrightarrow{\mathfrak{M}}) \tag{5.2}$$

beschrieben wird. Die dieser neuen Energieform zugeordnete extensive Größe $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$ bezeichnen wir als das *magnetische Moment* des Systems und die zugehörige intensive Variable $\overrightarrow{B}$ als die *magnetische Flussdichte*. In der Literatur findet man für diese Größe $\overrightarrow{B}$ häufig auch die Bezeichnung *magnetische Induktion*. Die grundlegenden Unterschiede zwischen der elektrostatischen und der magnetostatischen Wechselwirkung äußern sich an dieser Stelle darin, dass als extensive Größe keine skalare Größe angegeben werden kann, mit der sich diese Energieform bilden lässt. Vielmehr muss hierfür eine **vektorielle** Größe verwendet werden, die damit auch immer eine Richtung im Raum auszeichnet, auch wenn sonst, wie vorausgesetzt, die Ortskoordinate $\overrightarrow{r}$ nicht explizit in der Gibbs-Funktion $F(T, V, N, \overrightarrow{\mathfrak{M}})$ in Erscheinung tritt. Um das in diesem Buch verwendete Konzept der Kennzeichnung physikalischer Größen nicht zu durchbrechen, kennzeichne ich das magnetische Moment ebenso wie alle anderen extensiven Variablen eines physikalischen Systems mit einem Großbuchstaben, nämlich $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$. Allerdings widerspricht dies der in der Literatur üblichen Praxis, die hierfür die Kennzeichnung $\overrightarrow{m}$ oder $\overrightarrow{\mu}$ verwendet. Vorteil unserer Vorgehensweise ist nicht nur die einheitliche Art der Kennzeichnung sondern insbesondere die Möglichkeit, bereits in der Kennzeichnung sauber zwischen der extensiven Größe magnetisches Moment $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$ und ihrer z.B. volumenbezogenen Dichte $\overrightarrow{\mathfrak{m}}$ zu unterscheiden.

An dieser Stelle hat man sich nun bei der Festlegung des Systems der SI-Einheiten dazu entschlossen, keine zusätzliche magnetische Grundeinheit einzuführen†. Statt dessen führte man die Einheiten der neuen Größen B und $\mathfrak{M}$ auf die bereits definierten mechanischen und elektrischen Einheiten zurück, indem man die Grundgleichungen berücksichtigte, die diese neuen magnetischen Größen mit der Elektrostatik

†Vor der verbindlichen Einführung der SI-Einheiten gab es in dem Nebeneinander unterschiedlicher Maßsysteme auch eigene magnetische Einheiten, z.B. das *Oersted* als Einheit der magnetischen Feldstärke.

und der Mechanik verknüpfen. Diese Gleichungen werden wir erst in den nachfolgenden Abschnittenkennen lernen. Den tieferen Sinn dieser Vorgehensweise werden wir einsehen, wenn wir erkannt haben, dass der Magnetismus keine neue, von den bisher behandelten Wechselwirkungen unabhängige Form einer Wechselwirkung darstellt. Er ist vielmehr eng mit der elektrischen Wechselwirkung verknüpft und tritt immer dann auf, wenn zusätzlich zu elektrischen Ladungen Bewegungen auftreten. Wir werden diese Zusammenhänge im Heft 6 (*Elektrodynamik*) Schritt für Schritt herleiten. Im Rahmen des Heftes 5 (*Magnetostatik*) werde ich jedoch den Begriff der bewegtem elektrischen Ladung (noch) nicht verwenden.

Wir nehmen an dieser Stelle also vorweg, dass durch dieses Vorgehen das magnetische Moment die Dimension $elektr.Stromstärke \cdot Länge^2$ erhält und somit die magnetische Flussdichte die Dimension $\frac{elektr.Spannung \cdot Zeit}{Länge^2}$. Die Einheit

$$1 \cdot \frac{V \cdot s}{m^2} = 1 \cdot \mathcal{T} \tag{5.3}$$

hat nach dem Physiker und Elektrotechniker *Nicola Tesla* (* 1856 in Smiljan b. Zadar, (damals) österr. Dalmatien); † 1943 in New York) die Bezeichnung $1 \cdot Tesla$ erhalten. Daneben wird auch heute noch häufig die frühere Einheit

$$1 \cdot Gauss = 10^{-4} \cdot \mathcal{T} \tag{5.4}$$

verwendet. Die Abkürzung $\mathcal{T}$ für diese Einheit wurde ebenfalls in Normenfestgelegt. Ich sehe jedoch die Gefahr der Verwechslung dieser Abkürzung mit der Kennzeichnung für die (absolute) Temperatur T. Ich werde daher in diesem Lehrbuch durchgehend für die Abkürzung dieser Einheit Tesla die kalligraphische Schriftart $\mathcal{T}$ verwenden.

Die Größen $\overrightarrow{B}$ und $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$ sind Vektoren. Bei Beschränkung auf ein bestimmtes konkretes physikalisches System können wir wieder davon ausgehen, dass für dieses System ein ganz bestimmter Zusammenhang $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B}(\overrightarrow{\mathfrak{M}})$ existiert, also wieder ein *Objektgesetz*, wie wir es erstmals in der Mechanik kennen gelernt haben (s. Abschnitt 3.3.3). Allerdings werden i.a. diese beiden Vektoren unterschiedliche Richtungen aufweisen, das Objektgesetz ist also jetzt eine Vektorfunktion. Im einfachsten Fall des linearen Zusammenhangs zwischen $\overrightarrow{B}$ und $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$ ergibt sich die Vektorgleichung

$$\overrightarrow{B} = \widetilde{\mathbf{C}} \circ \overrightarrow{\mathfrak{M}} \tag{5.5}$$

Durch diese system-spezifische Größe $\widetilde{\mathbf{C}}$ wird jede der 3 Komponenten von $\overrightarrow{B}$ eine multi-lineare Funktion der 3 Komponenten von $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$.

Ohne an dieser Stelle bereits präzisieren zu können, was dies im einzelnen bedeutet, beschränken wir uns für die nun folgenden Überlegungen auf solche Systeme, bei denen $\overrightarrow{B}$ und $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$ immer parallel zu einander orientiert sind. Dann dürfen wir diese beiden Größen wie Skalare behandeln und die Gl. 5.1 vereinfacht sich zu

$$dE = B \cdot d\mathfrak{M} \tag{5.6}$$

und die Gl. 5.5 wird zu

$$B = C \cdot \mathfrak{M}$$

Die Größe C ist hierdurch zu einer reellen Größe geworden, die aber i.a. noch von den Variablen (T, V, N) abhängt. Die Gibbsfunktion $F(T, V, N, \overrightarrow{\mathfrak{M}})$ des betrachteten Systems erhält die Form

$$F(T, V, N, \mathfrak{M}) = F_0(T, V, N) + \frac{C(T, V, N) \cdot \mathfrak{M}^2}{2}$$

C hat offenbar die Dimension

$$\dim(C) = \frac{Energie}{(elektr.Stromst\ddot{a}rke)^2 \cdot L\ddot{a}nge^4} = \frac{elektr.Spannung \cdot Zeit}{(elektr.Stromst\ddot{a}rke) \cdot L\ddot{a}nge^4}$$

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Die Energieform magnetische Energie* ist noch nicht verfügbar.)

5.1.2 Das magnetische Feld (-)

Die experimentell gefundene Tatsache, dass es nicht möglich ist, isolierte magnetische Ladungen $Q^{(m)}$ zu erzeugen, erschwert den Versuch, die zwischen derartigen Ladungen wirkenden Kräfte zu bestimmen. Dies ist jedoch primär ein experimentelles, nicht unbedingt ein grundsätzliches logisches Problem. Man kann sehr wohl die Frage stellen und beantworten, welches Kraftgesetz zwischen 2 *hypothetischen* isolierten magnetischen Ladungen $Q_i^{(m)}$ und $Q_k^{(m)}$ (beliebigen Vorzeichens) angenommen werden muss, damit mit seiner Hilfe die zwischen 2 realen magnetischen Objekten auftretenden magnetischen Kräfte korrekt berechnet werden können. Ein konkretes reales Beispiel eines magnetischen Objektes ist der bereits in der Einleitung zu diesem Kapitel 5.1 genannte Stabmagnet der geometrischen Länge l . Seine Querschnittsfläche sei kreisförmig und habe den Durchmesser d. Die reale räumliche Verteilung der in ihm vorhandenen magnetischen Ladung dürfen wir durch 2 in einem Abstand l fixierte Ladungen $Q^{(m)(+)}$ und $Q^{(m)(-)}$ annähern. Ordnen wir nun 2 derartige Stabmagnete (1) und (2) annähernd kolinear und derart zueinander an, dass der Abstand zwischen den einander zugewandten Endflächen der Stabmagnete r beträgt, und stellen überdies sicher, dass die Bedingungen

$$l \gg r \gg d \tag{5.7}$$

erfüllt sind, so wird die zwischen den beiden Stabmagneten auftretende Kraft überwiegend durch die beiden Teilladungen bestimmt, die sich an den einander zugewandten Polen der Stabmagnete befinden. Wenn wir nun diese Kraft für unterschiedliche Stabmagnete und deren Anordnungen bestimmen, so findet man als Ergebnis derartiger Experimente ein Gesetz von einer Form, die erneut völlig analog ist zum Newtonschen Gravitationsgesetz,

$$\overrightarrow{F_1} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \mu_0} \cdot \frac{Q_1^{(m)(i)} \cdot Q_2^{(m)(k)}}{r^2} \cdot \frac{\overrightarrow{r}}{r} \tag{5.8}$$

Es liegt also erneut der Fall einer symmetrischen Wechselwirkung gem. Abschnitt 3.2.7 vor. Um die Verträglichkeit mit der bereits vergebenen Dimension des Dipolmomentes (Abschnitt 5.1.1) zu gewährleisten, müssen wir den skalaren magnetischen Ladungen $Q^{(m)}$ die Dimension *Spannung* · *Zeit* zuordnen‡. In der Literatur werden die magnetischen Ladungen $Q^{(m)}$ oft als *Polstärken* bezeichnet. Deren Einheit hat nach dem Physiker *Wilhelm Eduard Weber* (* 1804 in Wittenberg; † 1891 in Göttingen) die Bezeichnung $1 \cdot Weber$ (Abkürzung Wb) erhalten,

$$1 \cdot Wb = 1 \cdot V \cdot s \tag{5.9}$$

Die Größe μ_0 ist, völlig analog zum Fall der elektrostatischen oder der gravitativen Wechselwirkung, eine Naturkonstante, die die Stärke dieser magnetischen Wechselwirkung festlegt, ihren Zahlenwert aber erst erhält, wenn die Einheiten der magnetischen und der mechanischen Größen festgelegt sind, die durch die Gl. 5.8 mit einander verbunden werden. Sie hat offenbar die Dimension $\frac{Spannung \cdot Zeit}{Stromstärke \cdot Länge}$. Da die magnetischen Einheiten im SI-System unmittelbar auf elektrische bzw. mechanische Einheiten zurückgeführt sind, ergibt sich der Zahlenwert dieser Naturkonstante als ein Produkt von Umrechnungsfaktoren. Er beträgt

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{V \cdot s}{A \cdot m}\right)$$

Man nennt μ_0 die *magnetische Permeabilität des Vakuums.* Dass μ_0 in der Gl. 5.8 im Nenner erscheint (analog zum Coulomb-Gesetz 4.156) und nicht im Zähler (wie im Gravitationsgesetz 3.733), ist wieder ausschließlich eine Frage der Konvention. Bzgl. der Namensgebung von μ_0 habe ich dieselben didaktischen Vorbehalte wie bei der Größe ε_0, s. Abschnitt 4.3.2.

Unserer bereits mehrfach erläuterten Vorgehensweise (Abschnitte 3.2.7, 3.2.12 und 4.3.2) folgend definieren als die magnetische Feldstärke $\mathcal{E}_1^{(m)}$, die von der als am Ort $\overrightarrow{r_2}$ lokalisiert angenommenen hypothetischen magnetischen Ladung $Q_2^{(m)}$ am Ort $\overrightarrow{r_1}$ erzeugt wird, die Größe

$$\overrightarrow{\mathcal{E}_2^{(m)}}(\overrightarrow{r_1}) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \mu_0} \cdot \frac{Q_2^{(m)}}{|\overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}|^3} \cdot (\overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1}) \tag{5.10}$$

Die in der Literatur übliche Kennzeichnung für die magnetische Feldstärke $\mathcal{E}^{(m)}$ ist H.

Genau so wie im Fall der Gravitation und der elektrostatischen Wechselwirkung nehmen wir nun an, dass beim Vorhandensein mehrerer magnetischer Ladungen $Q_i^{(m)}$ ($i = 2$ ... n) sich die Einzelkräfte und damit auch die Einzel-Feldstärken

‡Ich empfehle dem Leser eindringlich, nicht nach einer elektrischen Spannung zu fahnden, die verknüpft mit der Zeiteinheit diese magnetische Polstärke generiert. Diese völlig unanschaulichen Einheiten sind die Folge der bereits zitierten international getroffenen Vereinbarung, auf eine magnetische Grundeinheit zu verzichten.

linear überlagern,

$$\overrightarrow{\mathcal{E}^{(m)}}(\overrightarrow{r_1}) = \sum_{i=2}^{n} \overrightarrow{\mathcal{E}_i^{(m)}}(\overrightarrow{r_1}) \tag{5.11}$$

Ein am Ort $\overrightarrow{r_2}$ positionierter Stabmagnet mit den oben erläuterten Kenndaten $(Q^{(m)}, l, d)$ erzeugt demnach am Ort $\overrightarrow{r_1}$ eine magnetische Feldstärke

$$\overrightarrow{\mathcal{E}^{(m)}}(\overrightarrow{r_1}) = \frac{Q^{(m)}}{4 \cdot \pi \cdot \mu_0} \cdot \left(\frac{(\overrightarrow{r_2} + \frac{l}{2} \cdot \overrightarrow{\vartheta} - \overrightarrow{r_1})}{\left|\overrightarrow{r_2} + \frac{l}{2} \cdot \vartheta - \overrightarrow{r_1}\right|^3} - \frac{(\overrightarrow{r_2} - \frac{l}{2} \cdot \overrightarrow{\vartheta} - \overrightarrow{r_1})}{\left|\overrightarrow{r_2} - \frac{l}{2} \cdot \overrightarrow{\vartheta} - \overrightarrow{r_1}\right|^3} \right) \tag{5.12}$$

Dabei ist $\overrightarrow{\vartheta}$ der vom Südpol des Stabmagneten zu seinem Nordpol weisende Einheitsvektor. Er gibt die Orientierung des Magneten relativ zum Koordinatensystem an.

Von essentieller Bedeutung für den weiteren konstruktiven Aufbau der Theorie der Magnetostatik ist nun die Erkenntnis, dass die aus den Experimenten geschlossene Nichtexistenz **isolierter** magnetischer Ladungen nicht nur für makroskopische magnetische Objekte gilt, sondern allgemein **für alle Objekte** und im gesamten Raum, insbesondere auch **innerhalb** dieser Objekte. Diese Aussage ist gleichbedeutend mit der Bedingung

$$div\left(\overrightarrow{H}(\overrightarrow{r})\right) = 0 \ \ \forall \overrightarrow{r} \tag{5.13}$$

In dem anschaulichen Bild der Beschreibung eines Feldes $\overrightarrow{H}(\overrightarrow{r})$ durch die Struktur seiner Feldlinien (Absatz *Das Feldlinienkonzept* ab S. 192) bedeutet dies, dass die Feldlinien des Feldes $\overrightarrow{H}(\overrightarrow{r})$ **immer** in sich geschlossen sind.

Wegen dieser Bedingung 5.11 kann insbesondere die Approximation eines realen, ein magnetisches Feld erzeugenden Objektes durch hypothetische, isolierte magnetische Ladungen nur unter gewissen einschränkenden Bedingungen zulässig sein. Insbesondere in der unmittelbaren Umgebung dieser als isoliert angenommenen magnetischen Ladungen **muss** diese Näherung versagen. Daher wird auch das magnetische Feld im Bereich zwischen diesen beiden Punkten im Raum durch diese Näherung völlig falsch wiedergegeben.

Daher kann als Basiselement, mit deren Hilfe eine widerspruchsfreie Theorie der Magnetostatik aufgebaut werden kann, **nicht** die räumlich isolierte punktförmige magnetische Ladung genommen werden. Naheliegend ist es nun, das auf einen Punkt $\overrightarrow{r_1}$ konzentrierte magnetische Moment $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$ (der Dimension *elektr.Spannung* $\cdot$ *Zeit* $\cdot$ *Länge*, s. Abschnitt 5.1.1) als Basiselement auszuwählen. Es erzeugt um diesen Punkt $\overrightarrow{r_1}$ herum ein magnetisches Feld $\overrightarrow{\mathcal{E}^{(m)}}(\overrightarrow{r})$, das durch die Gl. 5.12 exakt beschrieben wird. Nun haben wir bereits bei der Behandlung der Theorie der Gravitation und ebenso bei der Theorie der elektrostatischen Wechselwirkung die Erfahrung gemacht, dass die Annahme einer endlich großen, auf einen Punkt konzentrierten verallgemeinerten Ladung (in den genannten Beispielen also einer Masse bzw. einer elektrischen Ladung) zu Widersprüchen führt, sobald man die Feldenergie in die Betrachtungen einbezieht. Dieser Widerspruch ließ sich jeweils dadurch lösen, dass wir die Forderung der auf einen Punkt konzentrierten endlichen Ladung fallen ließen und statt dessen nur noch Objekte betrachteten, bei denen die verallgemeinerte Ladung über ein endliches Volumen kontinuierlich verteilt ist. Basiselement für den Aufbau der Gravitationstheorie wurde dann die volumen-bezogene Dichte $m(\overrightarrow{r})$ dieser verallgemeinerten Ladung, durch deren funktionellen Verlauf innerhalb des von einem bestimmten Objekt eingenommenen Volumens V die Wechselwirkung dieses Objektes mit anderen ebenfalls mit dieser verallgemeinerten Ladung behafteten Objekten festgelegt ist.

Daher werden wir nun eine ähnliche Vorsicht walten lassen und den konstruktiven Aufbau der Magnetostatik nicht mit dem magnetischen Moment $\overrightarrow{\mathfrak{M}}$ beginnen, sondern mit dessen auf die Volumeneinheit bezogenen Dichte

$$\overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r}) = \lim_{\delta V_i \to 0} \frac{\delta \overrightarrow{\mathfrak{M}}_i(V_i)}{\delta V_i} \tag{5.14}$$

Auch in diesem Fall ist $\{\delta V_i\}$ eine Nullfolge von Volumenelementen, die alle den Aufpunkt $\overrightarrow{r}$ enthalten,

$$\overrightarrow{r} \in \delta V_i \; \forall \, i \tag{5.15}$$

Jedes dieser infinitesimalen magnetischen Momente $\overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r})$ erzeugt an einem beliebig aus seiner Umgebung heraus gegriffenen Punkt $\overrightarrow{r'}$ ein infinitesimales magnetisches Feld von

$$\overrightarrow{dH}(\overrightarrow{r'}) = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{3 \cdot \left(\overrightarrow{r'} - \overrightarrow{r}\right) \cdot \left(\overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r}) \bullet \left(\overrightarrow{r'} - \overrightarrow{r}\right) - \overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r}) \bullet \left(\overrightarrow{r'} - \overrightarrow{r}\right)^2\right)}{\left(\overrightarrow{r'} - \overrightarrow{r}\right)^5} \tag{5.16}$$

(XXX: Der weitere, noch fehlende Text des Abschnitts *Das magnetische Feld* ist noch nicht verfügbar.)

Der Übersichtlichkeit halber wiederhole ich als Abschluss dieses Abschnitts die Grundgleichungen der Magnetostatik:

$$\operatorname{div}\left(\overrightarrow{H}(\overrightarrow{r})\right) = 0 \tag{5.17}$$

$$rot\left(\overrightarrow{H}(\overrightarrow{r})\right) = \overrightarrow{j^{(Q)}}(\overrightarrow{r}) \tag{5.18}$$

Wie ich bereits im Absatz S. 179 erwähnt habe, werde ich i.a. den Index (Q) bei der Kennzeichnung der Dichte $\overrightarrow{j^{(Q)}}$ des elektrischen Stroms weglassen, nämlich wenn aus dem Zusammenhang offensichtlich ist, um welche extensive Größe es sich handelt, dessen Stromdichte hier betrachtet wird.

5.1.3 Die magnetische Feldenergie (-)

Aus der Existenz der magnetostatischen Wechselwirkung resultiert also ein fester Zusammenhang zwischen der räumlichen Verteilung der Dichte $\vec{\mathfrak{m}}(\vec{r})$ des magnetischen Momentes und der durch sie erzeugten magnetischen Feldstärke $\vec{H}(\vec{r})$, die ihrerseits mit einer Energiedichte $e_{\text{Feld}}(\vec{r})$ verbunden ist. Da die Grundgleichung dieser Wechselwirkung erneut dieselbe Struktur hat wie die der Gravitations-Wechselwirkung, können wir erneut alle Argumente und Rechenergebnisse übernehmen, sobald wir nur die unterschiedlichen Vorfaktoren in den Grundgleichungen korrekt berücksichtigen. Dann kommen wir zu dem Schluss, dass die zum Aufbau dieser räumlichen Verteilung an Dichte $\vec{\mathfrak{m}}(\vec{r})$ des magnetischen Momentes erforderliche Energie identisch ist mit dem Ausdruck

$$E_{\text{magn.Feld}} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \int \left(\vec{H}(\vec{r})\right)^2 \cdot d^3r \tag{5.19}$$

Die Energiedichte des (statischen) magnetischen Feldes beträgt daher

$$e_{\text{magn.Feld}} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \left(\vec{H}(\vec{r})\right)^2 \tag{5.20}$$

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Die magnetische Feldenergie* ist noch nicht verfügbar.)

5.2 Materie im magnetischen Feld (-)

Bisher haben wir als Quellen magnetischer Felder lediglich die Permanentmagnete genannt, deren Existenz wir überdies lediglich als experimentell bestätigt erklärt haben, ohne über die physikalischen Ursachen dieses Verhaltens auch nur ein Wort zu verlieren. Im Abschnitt 6.1.2 werden wir als weitere Quellen für magnetische Felder **bewegte elektrische Ladungen** kennen lernen, und wir werden im weiteren Verlauf des Kapitels 6.1 sogar erkennen, dass **alle** magnetischen Felder ihre Ursache in der Bewegung von elektrischen Ladungen haben. Bis dahin aber nehmen wir die Existenz von Quellen stationärer magnetischer Felder als Phänomen hin und beschränken uns darauf, das Verhalten der verschiedenen Materialien in derartigen Feldern zu diskutieren. Dabei werden wir durchgängig eine vordergründig sehr weitgehende Analogie zwischen den elektrostatischen und den magnetostatischen Effekten feststellen. Die Stolpersteine bei dem Verständnis dieser Materie besteht nun gerade darin, die Unterschiede zwischen diesen beiden Teilen der *Physik der Materie in äußeren Feldern* zu erkennen und die physikalischen Ursachen für diese Unterschiede sauber herauszuarbeiten.

5.2.1 Das Gesamtsystem aus Materie und magnetischem Feld (-)

Wir werden also im Folgenden Materialien betrachten mit einer freien Energie

$$F_2(T, V, N, \mathcal{M}) \tag{5.21}$$

die sich in einem magnetischen Feld $\overrightarrow{H_1}(\overrightarrow{r})$ befinden. Das Material verhalte sich wieder wie eine Phase (Abschnitt 8.1.13), so dass sich für seine extensiven Größen deren volumenbezogenen Dichten definieren lassen. Die volumenbezogene Dichte der magnetischen Momentes $\mathcal{M}$ nennen wir die Magnetisierung $\overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r})$.

$$F_2 = \int_V f_2(T, n, \overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r})) \cdot d^3r \tag{5.22}$$

Die freie Energie des Gesamtsystems aus Material und magnetischen Feld beträgt dann

$$F_{1+2}(T, V, N, \overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r})) = \int_V f_2(T, n, \overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r})) \cdot d^3r + \frac{\mu_0}{2} \cdot \int \left(\overrightarrow{H_1}(\overrightarrow{r}) + \overrightarrow{H_2}(\overrightarrow{r})\right)^2 \cdot d^3r \tag{5.23}$$

Der allgemeine Fall eines beliebigen Feldes $\overrightarrow{H_1}(\overrightarrow{r})$ führt wieder und völlig analog zum elektrostatischen Fall (Abschnitt 4.4) auf ein globales Variationsproblem. Wir werden jedoch die Diskussion an dieser Stelle sogleich auf die vereinfachte Geometrie des homogenen, räumlich auf ein Volumen V begrenzten magnetischen Feldes $\overrightarrow{H_1}(\overrightarrow{r}) = (0, H, 0)$ begrenzen, wobei die Materie dieses Volumen V ganz ausfüllt. Als eine mögliche experimentelle Realisierung dieser Konfiguration betrachten wir einen ringförmig geschlossenen Permanentmagneten von konstanter Querschnittsfläche A, aus dem ein Quader der Dicke d herausgeschnitten ist, s. Abb. 1. Das bereits

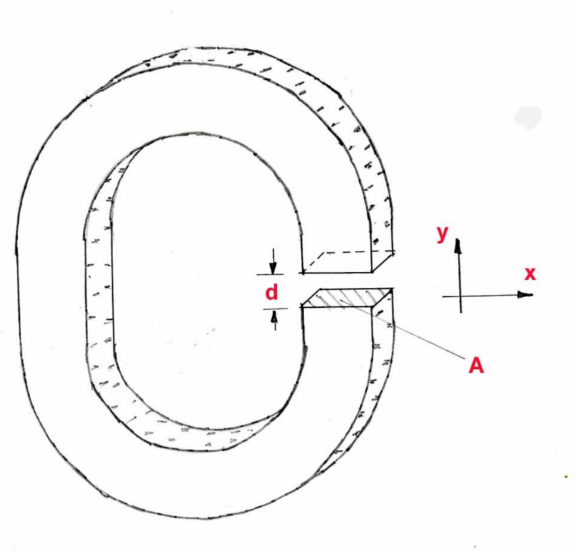

Abb. 1 Prinzipskizze zur Realisierung eines ganz mit Materie gefüllten homogenen Magnetfeldes

angesprochene Volumen V ist in dieser Geometrie einfach

$$V = d \cdot A \tag{5.24}$$

Die Polstärke des Magneten an diesen beiden Enden sei $Q^{(m)}$. Die x-Achse des Koordinatensystems legen wir parallel zu den Schnittflächen und die y-Achse senkrecht zu ihnen. Der Luftspalt d sei klein gegen die Abmessung der Schnittflächen,

$$d^2 \ll A \tag{5.25}$$

Dann ist das magnetische Feld zwischen den beiden Schnittflächen homogen,

$$\overrightarrow{H_1}(\overrightarrow{r}) = (0, H_1, 0) \tag{5.26}$$

und hat den Wert

$$H_1 = \frac{Q^{(m)}}{\mu_0 \cdot A} \tag{5.27}$$

Die in einem (noch nicht mit Materie gefüllten) Volumen V gespeicherte magnetische Feldenergie beträgt

$$E_1 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \int\limits_V H_1^2 \cdot d^3r = \frac{\mu_0}{2} \cdot V \cdot H_1^2 \tag{5.28}$$

Aus Symmetriegründen ist in dieser Geometrie auch die Magnetisierung innerhalb der Materie konstant,

$$\overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r}) = (0, \mathfrak{m}, 0) \tag{5.29}$$

Das von dieser Magnetisierung $\overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r})$ insgesamt erzeugte Magnetfeld $\overrightarrow{H_2}(\overrightarrow{r})$ bestimmen wir wieder in völliger Analogie zum elektrostatischen Fall: Wir zerlegen gedanklich die Magnetisierung in eine Dichte von positiven magnetischen Monopolen $q_2^{(m,+)}(\overrightarrow{r})$ und in eine Dichte von negativen magnetischen Monopolen $q_2^{(m,-)}(\overrightarrow{r})$, die dem Betrage nach jeweils identisch sind, sobald sie lokal um eine kleine Größe $\overrightarrow{\delta r}(\overrightarrow{r})$ verschoben werden. Dabei gilt

$$\overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r}) = q_2^{(m,+)}(\overrightarrow{r}) \cdot \overrightarrow{\delta r}(\overrightarrow{r}) \tag{5.30}$$

In unserem Fall sind nun wieder diese Dichten $q_2^{(m,+)}(\overrightarrow{r})$ und $q_2^{(m,-)}(\overrightarrow{r})$ und ebenso die Funktion $\overrightarrow{\delta r}(\overrightarrow{r})$ im Inneren des Materials konstant, so dass sie sich bis auf eine jeweils den Polen des Permanentmagneten gegenüber liegende Randschicht gegenseitig aufheben. Die Polstärke dieser Randschichten beträgt

$$Q_2^{(m)} = q_2^{(m,+)} \cdot \delta r \cdot A \tag{5.31}$$

und das von ihnen erzeugte magnetische Feld

$$H_2 = \frac{Q_2^{(m)}}{\mu_0 \cdot A} = \frac{q_2^{(m,+)} \cdot \delta r}{\mu_0} = \frac{\mathfrak{m}}{\mu_0} \tag{5.32}$$

Die freie Energie des Gesamtsystems aus magnetischem Feld und Materie beträgt daher

$$\begin{aligned} F(T,V,N,\mathcal{M}) &= \frac{\mu_0}{2} \cdot \int\limits_V (H_1 + H_2)^2 \cdot d^3r + \int\limits_V f_2(T,n,\mathfrak{m}) \cdot d^3r \\ &= V \cdot \left[\frac{\mu_0}{2} \cdot \left(H_1 + \frac{\mathfrak{m}}{\mu_0} \right)^2 + f_2(T,n,\mathfrak{m}) \right] \end{aligned} \tag{5.33}$$

Hieraus bestimmen wir den Gleichgewichtszustand des Systems bei freiem Austausch der Magnetisierung $\mathfrak{m}$:

$$\frac{\partial F(T,V,N,\mathcal{M})}{\partial \mathcal{M}} = V \cdot \left[H_1 + \frac{\mathfrak{m}}{\mu_0} + \frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}} \right] = 0 \Rightarrow \tag{5.34}$$

$$-\frac{\mathfrak{m}}{\mu_0} = H_1 + \frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}} \tag{5.35}$$

Das Gesamtfeld H beträgt dann

$$H = H_1 + H_2 = -\frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}} \tag{5.36}$$

Alle dieses Ergebnisse sind völlig analog zum Fall eines dielektrischen Materials im elektrostatischen Feld. Im Fall des Materials im magnetischen Feld hat man sich nun allerdings dazu entschieden, nicht das externe Feld H_1, sondern das Gesamtfeld H, mit der Naturkonstanten μ_0 multipliziert, als neue physikalische Größe zu interpretieren und als *magnetische Induktion* oder *magnetische Flussdichte* B zu bezeichnen,

$$\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}) = \mu_0 \cdot \overrightarrow{H} = \mu_0 \cdot \overrightarrow{H}_1 + \overrightarrow{\mathfrak{m}}(\overrightarrow{r}) \tag{5.37}$$

Sie hat die Dimension $\frac{Spannung \cdot Zeit}{Länge^2}$. Die Einheit

$$1 \cdot \frac{V \cdot s}{m^2} = 1 \cdot T \tag{5.38}$$

hat nach dem Physiker und Elektrotechniker *Nicola Tesla* (* 1856 in Smiljan b. Zadar, (damals) österr. Dalmatien); † 1943 in New York) die Bezeichnung $1 \cdot Tesla$ erhalten. Daneben wird auch heute noch häufig die frühere Einheit

$$1 \cdot Gauss = 10^{-4} \cdot T \tag{5.39}$$

verwendet. Entsprechend der Bezeichnung *magnetische Flussdichte* nennt man das Integral

$$\overrightarrow{\Phi}_{\overrightarrow{A}} = \int\limits_A \overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}) * \overrightarrow{dA} \tag{5.40}$$

den durch die Fläche $\overrightarrow{A}$ (senkrecht) hindurchgehenden *magnetischen Fluss* $\overrightarrow{\Phi}$. Dieser hat dieselbe Dimension wie die magnetische Polstärke . Da die Aussage der Nichtexistenz isolierter magnetischer Ladungen weiterhin gültig ist, gilt nun in Erweiterung der Gl. 5.11 die Beziehung

$$div \overrightarrow{B} = 0 \tag{5.41}$$

Das materialspezifische Verhalten des Gesamtsystems spezifiziert man sodann durch Angabe der Funktion

$$B = f(H_1) \tag{5.42}$$

und schreibt es in der Form

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H_1 \tag{5.43}$$

Die dimensionslose Größe μ_r bezeichnet man als die *relative magnetische Permeabilität* des betrachteten Materials. Offenbar gilt

$$\mu_r = 1 + \frac{H_2}{H_1} \tag{5.44}$$

Gebräuchlich ist auch die Bezeichnung *magnetische Suszeptibilität* für die Größe

$$\chi^{(m)} = \mu_r - 1 = \frac{H_2}{H_1} \tag{5.45}$$

In der Geometrie des materiegefüllten homogenen Magnetfeldes gilt

$$B = \mu_0 \cdot \left(H_1 + \frac{\mathfrak{m}}{\mu_0}\right) = \left(1 + \frac{\mathfrak{m}}{\mu_0 \cdot H_1}\right) \cdot \mu_0 \cdot H_1 = -\mu_0 \cdot \frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}} \tag{5.46}$$

$$\mu_r = -\frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}} = \frac{\frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}}}{\frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}} + \mu_0 \cdot \mathfrak{m}} = \left(1 + \frac{\mu_0 \cdot \mathfrak{m}}{\frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}}}\right)^{-1} \tag{5.47}$$

Ich fasse zum Abschluss dieses Abschnitts die konzeptionellen Unterschiede zusammen, die sich in der heute allgemein akzeptierten Beschreibung des elektrischen bzw. magnetischen Materialverhaltens ergeben. In beiden Fällen wird das Konzept des System-Responses benutzt, das - in quasi-statischer Näherung - den Zusammenhang beschreibt zwischen einer Eingangsgröße X, die dem Gesamtsystem aus Materie und Feld aufgeprägt wird (oder als solche interpretiert wird), und einer Ausgangsgröße Y, die die Antwort des Gesamtsystems auf diese Vorgabe beschreibt. Im Fall des Materials in einem elektrischen Feld verwendet man als Eingangsgröße die Gesamtfeldstärke $\mathcal{E}$ und als Ausgangsgröße die Größe D, die identisch ist mit der mit ε_0 multiplizierten externen Feldstärke $\mathcal{E}_1$. Im Fall des Materials in einem magnetischen Feld verwendet man dagegen als Eingangsgröße die externe Feldstärke H_1 und als Ausgangsgröße die Größe B, die identisch ist mit der mit μ_0 multiplizierten Gesamtfeldstärke H. Durch diese historisch bedingten unterschiedlichen Konstruktionen ist die Materialgröße μ_r nicht etwa das logische Analogon zu ε_r, sondern zu derem

Kehrwert, wie auch aus den Gl. 4.248 und 5.47 unmittelbar zu erkennen ist. Diese Situation erleichtert nicht unbedingt den Einstieg in diese Materie und führt u.a. dazu (s. Abschnitte 4.4.3 und 5.2.2), dass ein mathematisch äquivalentes Verhalten, z.B. das dielektrische bzw. das diamagnetische Verhalten, einerseits zu einem Wert $\varepsilon_r > 1$ und andererseits zu $\mu_r < 1$ führt.

In der wissenschaftlichen Literatur und in den Lehrbüchern wird eine Größe H von der Dimension einer magnetischen Feldstärke nahezu ausschließlich benutzt, wenn das **externe** magnetische Feld gemeint ist, allerdings meist ohne dies durch eine entsprechende Kennzeichnung ausdrücklich zu spezifizieren. Ich werde in diesem Buch auch in der Schreibweise immer konsequent zwischen dem **Gesamtfeld** H und dem **externen Feld** H_1 unterscheiden.

5.2.2 Diamagnetische Materialien (-)

In diesem Abschnitt behandeln wir Materialien, die auf molekularen Dimensionen ohne äußeres magnetisches Feld kein magnetisches Dipolmoment haben. Deren volumenbezogene Dichte der freien Energie $f_2(T, n, \mathfrak{m})$ lässt sich dann, in völliger Analogie zu den im Abschnitt 4.4.3 diskutierten dielektrischen Materialien, gem.

$$f_2(T, n, \mathfrak{m}) = f_2^{(0)}(T, n) + k^{(2)}(T, n) \cdot \mathfrak{m}^2 \quad \text{mit} \quad k^{(2)} > 0 \tag{5.48}$$

approximieren. Wegen

$$\frac{\partial f_2(T, n, \mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}} = 2 \cdot k^{(2)}(T, n) \cdot \mathfrak{m} \tag{5.49}$$

gilt dann im Gleichgewicht für den freien Austausch der Magnetisierung (Gl. 5.47)

$$\mu_r = \left(1 + \frac{\mu_0 \cdot \mathfrak{m}}{\frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}}}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{\mu_0}{2 \cdot k^{(2)}(T, n)}\right)^{-1} < 1 \tag{5.50}$$

Für Werte $|\mu_r - 1| \ll 1$ gilt

$$\chi^{(m)} \approx -\frac{\mu_0}{2 \cdot k^{(2)}(T, n)} \quad \text{für} \quad \left|\chi^{(m)}\right| \ll 1 \tag{5.51}$$

Der Mechanismus der diamagnetischen Polarisation tritt grundsätzlich bei allen Materialien auf. Beziehen wir diesen Effekt auf die Massendichte m, so liegen alle Werte nahezu in derselben Größenordnung. Besonders weit auseinander liegende Werte sind z.B.

$$\frac{\chi^{(m)}}{m} = -25 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{m^3}{kg} \quad \text{fûr Wasserstoff } H_2 \tag{5.52}$$

$$= -2,5 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{m^3}{kg} \quad \text{fûr Kupfer(I)-Oxid } CuO \tag{5.53}$$

5.2.3 Paramagnetische Materialien (-)

Als *paramagnetisch* bezeichnen wir Materialien, die auf molekularen Dimensionen auch ohne äußeres magnetisches Feld bereits ein gewisses magnetisches Dipolmoment aufweisen. (XXX: ab hier Text überarbeiten u. nachfolgenden Text b.a.w. nicht in die Internetversion übernehmen)

(XXX: In völliger Analogie zu den dia-elektrischen Materialien (Abschnitt 4.4.3) beschreiben wir diese Materialien durch eine Dichte der freien Energie von der Form

$$f_2(T,n,\mathfrak{m}) = e_2 - T \cdot s_2 = f_2^{(0)}(T,n) - T \cdot c^{(2)} \cdot \mathfrak{m}^2 \quad ; \quad c^{(2)} < 0 \tag{5.54}$$

Gem. Gl. 5.47 resultiert daraus eine relative Permeabilität

$$\mu_r = \left(1 + \frac{\mu_0 \cdot \mathfrak{m}}{\frac{\partial f_2(T,n,\mathfrak{m})}{\partial \mathfrak{m}}}\right)^{-1} = \left(1 - \frac{\mu_0}{2 \cdot T \cdot c^{(2)}}\right)^{-1} < 1 \tag{5.55}$$

und für genügend kleine Suszeptibilitäten

$$\chi^{(m)} = \frac{\mu_0}{2 \cdot T \cdot c^{(2)}} < 0 \tag{5.56}$$

(XXX: dieses Ergebnis ist falsch: es gilt $\chi^{(m)} > 0$) Es ergibt sich also, ebenso wie im Fall der Para-Elektrizität, eine Proportionalität von $\chi^{(m)}$ zu T^{-1}, also ein *Curie-Gesetz.*)

(XXX: Der weitere Text des Abschnitts *Paramagnetische Materialien* ist noch nicht verfügbar.)

5.2.4 Ferromagnetische Materialien (-/-)

(XXX: Der Text des Abschnitts *Ferromagnetische Materialien* ist noch nicht verfügbar.)

5.3 Messung magnetischer Größen (-/-)

(XXX: Der Text des Kapitels *Messung magnetischer Größen* ist noch nicht verfügbar.)

5.4 Magnetostatik des täglichen Lebens (-/-)

(XXX: Der Text des Kapitels *Magnetostatik des täglichen Lebens* ist noch nicht verfügbar.)

5.5 Tipps, Tricks und Spezialitäten (-/-)

(XXX: Der Text des Kapitels *Tipps, Tricks und Spezialitäten* ist noch nicht verfügbar.)

5.6 Aufgaben (-/-)

(XXX: Der Text des Kapitels *Aufgaben* ist noch nicht verfügbar.)

5.7 Zahlenwerte (-/-)

(XXX: Text Zahlenwerte)

Größe der Magnetfelder von : Erde (ca. $10^{-5} \cdot \mathcal{T}$ Spektrum 3(2004) S. 36), starker Permanentmagnet, supraleitende Magnete in Teilchenbeschleunigern, Magnete in speziellen Labors $10^2 \cdot \mathcal{T}$,
Neutronenstern im Krebsnebel $10^8 \cdot \mathcal{T}$ (XXX:Spektrum 3(2004) S. 36)
mech. Drehmoment eines magnetischen Kompass, eines typischen Elektromotors von XXX kW
Bohrsches Magneton $\mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m} = 9,274 \cdot 10^{-24} \cdot A \cdot m^2$
Aktuelle Position des magnetischen Südpols der Erde: 82° N; 114° W

5.8 Literatur (-)

1. W. Gilbert, De magnete, magneticisque corporibus, London 1600 ; als übersetzte Version verfügbar z.B. über die Deutsche Nationalbibliothek (http://dispatch.opac.de/)

(XXX: Die an dieser Stelle vorgesehenen weiteren Literaturzitate sind noch nicht verfügbar.)